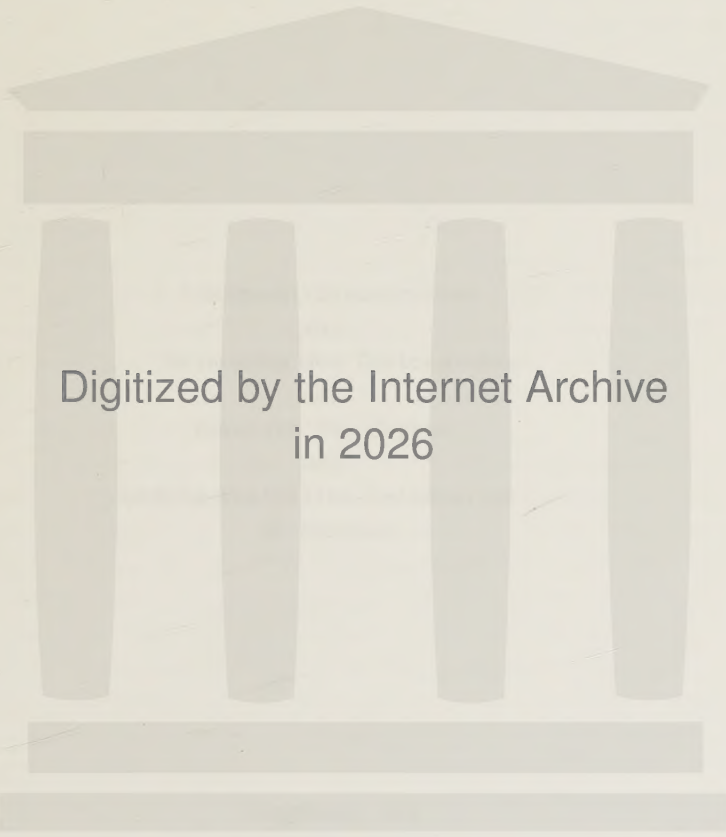


**Ladungsaustausch - Vorwärtsstreuung
von negativen Pionen an Protonen
im Energiebereich der P_{33} -Resonanz**

Wolfgang Bayer

1974



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554604_0023

Ladungsaustausch-Vorwärtsstreuung
von
negativen Pionen an Protonen
im Energiebereich der P_{33} -Resonanz

Inaugural Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der
Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilian-Universität
zu München

vorgelegt von
Wolfgang Bayer
aus Kreuth
Mai 1974

1. Berichterstatter: Prof. Dr. C. Zupancic
2. Berichterstatter: Prof. Dr. U. Meyer-Berkhout

Tag der mündlichen Prüfung: 23. Juli 1974



Zusammenfassung

Im Bereich der P_{33} -Resonanz wurden mit einer neuen Methode bei 10 Energien die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Pion-Proton-Ladungsaustausch-Streuung in Vorwärtsrichtung mit einer typischen Genauigkeit von $\pm 6.9\%$ gemessen. In einem Experiment der 2. Generation könnte dieser Fehler auf ca. $\pm 3.5\%$ gesenkt werden. Ausgangsgedanke der Messmethode war, dass aus der Energie eines mit $\theta_{\gamma\pi^-} = 0^\circ$ auslaufenden Zerfallsgammas der Streuwinkel des neutralen Mutterpions eindeutig berechnet werden kann. Differentielle Wirkungsquerschnitte für die durch Ladungsaustausch erzeugten neutralen Pi-Mesonen werden dann aus der Form des gemessenen Gamma-Spektrums bestimmt.

Dieses Gamma-Spektrum wird in einem grossen NaJ-(Tl)-Kristall mit einer Energieauflösung von 4.8% (FWHM) nachgewiesen. Der Hauptuntergrund, Bremsstrahlung-Gammas, wird abgetrennt, indem man die ihn erzeugenden hochenergetischen Elektronen des einlaufenden Teilchen-Strahls mithilfe eines Gas-Čerenkov-Zählers identifiziert.

Die in diesem Experiment bestimmten Wirkungsquerschnitte liegen im Mittel ebenso hoch, wie nach theoretischen Analysen von Höhler et al.^{/4/} und Ferrari^{/6/} zu erwarten war; dagegen liegen die aus der Phasenanalyse von Lovelace et al.^{/5/} berechneten Wirkungsquerschnitte um 3% tiefer, die aus den Vorwärts - Streuamplituden von Carter et al.^{/17/} gewonnenen um ca. 4% höher. Die Form der Anregungskurve, welche in allen theoretischen Arbeiten nahezu die gleiche ist, wird gut reproduziert. Die hier gemessenen Wirkungsquerschnitte liegen zwischen $p_{\pi^-}^{\text{Lab}} = 230 \text{ MeV/c}$ und $p_{\pi^-}^{\text{Lab}} = 300 \text{ MeV/c}$ etwa 20% höher als eine Interpolation von Daten aus älteren Ladungsaustausch-Experimenten ^{/9/-/12/}. Eine Neubestimmung des Realteils der (F^-) -Kombination der Pion-Nukleon-Streuamplitude unter Zuhilfenahme von Imaginärteilen aus Ferrari^{/6/} ergab geringe Abweichungen von dessen Anregungskurve der Realteile. Bei der bisher erzielten experimentellen Genauigkeit ist es nicht möglich, auf eine Verletzung des optischen Theorems oder der Ladungsunabhängigkeit zu schliessen.

Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
2.	Die experimentelle Methode	3
2.1	Die zugrundeliegende Idee	
2.2	Das Energiespektrum der Zerfalls-Gammas	
2.2.1	Streuwinkel des neutralen Pi-Mesons und Gammaenergie	
2.2.2	Parametrisierung der Form des ungefilterten Gamma-spektrums	
2.2.3	Filterwirkung des Gammaspektrometers	
2.3	Analyseprinzip der Ladungsaustausch-Gammaspektren	
3.	Apparativer Aufbau	9
3.1	Der einlaufende Strahl	
3.2	Das Wasserstoff-Target	
3.3	Teilchendetektoren	
3.3.1	Schnelle Plastiksintillationszähler	
3.3.2	Der Gas - Čerenkov - Zähler	
3.3.3	Das NaJ-(Tl)-Kristall - Gammaspektrometer	
3.4	Elektronik	
3.4.1	Informationsreduktion durch schnelle Logik	
3.4.2	Die lineare Elektronik	
3.4.3	Computergesteuerte Datenerfassung	
4.	Messung der Ladungsaustausch-Streuung und Diskri-mination konkurrierender Reaktionen	19
4.1	Die Strahlzusammensetzung und ihre Konsequenzen	
4.2	Pion-Proton Ladungsaustausch und konkurrierende Reaktionen	
4.3	Unterscheidung des Untergrundes	
4.3.1	Gammas	
4.3.2	Neutronen	
4.3.3	Der durchgehende Strahl	
4.3.4	Geladene Teilchen aus der elastischen Streuung	
4.4	Zwei Alternativen des experimentellen Aufbaus	
4.5	Kontrollmessungen des Untergrundes	
4.5.1	Form des Bremsstrahlungsuntergrundes im Fall der Alternative A	
4.5.2	Form des Untergrundes im Fall der Alternative B	

5.	Auswertung	31
5.1	Gewinnung reiner Ladungsaustausch-Gammaspektren	
5.1.1	Korrektur von Verstärkungsschwankungen	
5.1.2	Einordnung aller Ereignisse in Matrizen	
5.1.3	Subtraktion von Ereignissen aus zufälligen Koinzidenzen	
5.1.4	Korrektur der Ineffizienz der Bremsstrahlungsdefinition	
5.1.5	Subtraktion der nicht im Targetwasserstoff erzeugten Ereignisse	
5.1.6	Subtraktion der Gammas aus dem Strahlungseinfang	
5.1.7	das Ladungsaustausch-Gammaspektrum	
5.2	die experimentelle Verschmierung des Gammaspektrums	
5.2.1	die Linienform des Gammaskontrometers für monoenergetische Gammas	
5.2.2	Einfluss der Impulsverteilung des einlaufenden Pionenstrahls	
5.2.3	Einfluss von Winkelunschärfen	
5.2.4	Auflösung der linearen Elektronik	
5.2.5	Einfluss des Bleikollimators	
5.2.6	Die Akzeptanz und effektive Linienform der Messapparatur	
5.3	Berechnung von Wirkungsquerschnitten	
5.4	Leistungsfähigkeit der Methode, Fehlerrechnung	
6.	Diskussion der Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte	56
6.1	Vergleich der alternativen Messmethoden	
6.2	Vergleich der älteren Messungen	
6.3	Vergleich mit theoretischen Analysen	
6.4	Neubestimmung der Realteile von F^-	
Anhang A	Transformation der Partialwellen in die Laborenergie-Darstellung	A1
Anhang B	Analytische Integration der Transformationsmatrix	A6
Anhang C	Eigenschaften des NaJ-(Tl)-Kristall-Spektrometers bei mittleren Energien	A15
Literaturverzeichnis		
Tabellenverzeichnis		
Verzeichnis der Abbildungen		
Abbildungen		
Danksagung		
Lebenslauf		

1. Einleitung

Die vorhandene Kenntnis der totalen Wirkungsquerschnitte der elastischen Pion-Proton-Streuung über den gesamten Energiebereich erlaubt die Berechnung der Vorwärtsstreuung für Pion-Proton-Ladungsaustausch mithilfe von Dispersionsrelationen, wenn man Ladungsunabhängigkeit und die Gültigkeit des optischen Theorems voraussetzt.

Mit $k = c = m_{\pi} = 1$ gilt in den Bezeichnungen von Höhler et al.^{/1/}:

$$\frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}}(q_{\pi^0}^2=0) = 2 \left\{ (\text{Re } F^-)^2 + (\text{Im } F^-)^2 \right\} \quad (1)$$

und

$$\text{Im } F^- = \frac{k}{8\pi} (\sigma_- - \sigma_+) \quad (2)$$

$$\text{Re } F^- = \frac{2f^2\omega}{\omega^2 - \omega_B^2} + \frac{\omega}{4\pi^2} \int_1^{\infty} \frac{\sigma_- - \sigma_+}{\omega'^2 - \omega^2} k' d\omega' \quad (3)$$

wobei:

$\frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}}(q_{\pi^0}^2=0)$ = differentieller Wirkungsquerschnitt für Pion-Proton-Ladungsaustausch in Vorwärtsrichtung im Schwerpunktsystem

F^- = ungerade Kombination der Isospin-Streuamplitude

k = Impuls des Pi-Mesons im Laborsystem

ω = Energie des Pi-Mesons im Laborsystem

f = Pion-Nukleon - Kopplungskonstante

ω_B = $1/2M$; M = Nukleonmasse

$\sigma_{\pm}$ = totaler Wirkungsquerschnitt der elastischen $\pi^{\pm}$ -Proton-Streuung

Eine unabhängige Messung von differentiellen Wirkungsquerschnitten gestattet eine Überprüfung der Gültigkeit des optischen Theorems bzw. der Ladungsunabhängigkeit der Pion-Nukleon-Wechselwirkung.

Es war besonders vorteilhaft, im Energiebereich der P_{33}^- -Resonanz zu experimentieren, weil dort seit den Messungen von Carter et al.^{/2/} die Imaginärteile von F^- besonders genau bekannt sind (vgl. (G1.2)). Deshalb wurden im vorliegenden Experiment differentielle Wirkungsquerschnitte für die Pion-Proton - Ladungsaustausch-Streuung in Vorwärtsrichtung



bei zehn Energien zwischen entsprechend $p_{\pi}^L = 230$ MeV/c und $p_{\pi}^L = 390$ MeV/c bestimmt ($p_{\pi}^L =$ Impuls des π^- im Laborsystem).

Die Messungen wurden 1972 und 1973 am CERN 600 MeV Synchrozyklotron als Teil der Experimente der Lausanne-München-Zürich - Kollaboration^{/3/} durchgeführt. Ausser den geschilderten theoretischen Erwartungen galt die Aufmerksamkeit der Untersuchung der Leistungsfähigkeit einer experimentellen Methode; zum ersten Mal wurde aus der mit guter Energieauflösung gemessenen Form eines Energiespektrums hochenergetischer Gammas die Winkelverteilung neutraler Pi-Mesonen bestimmt. Dieser Gedanke wird in Kap. 2 genauer ausgeführt.

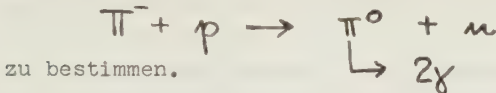
Wer nur an der Messmethode und den Resultaten interessiert ist, kann die Kapitel 3 bis Kapitel 5 überspringen. Kap. 3 beschreibt den apparativen Aufbau, während in Kap. 4 die wichtigsten zum Untergrund beitragenden Reaktionen aufgliedert sowie ihre Diskrimination besprochen werden. In Kap. 5 wird die Auswertemethode angegeben und die Fehler der Ergebnisse diskutiert. Ferner wird die Leistungsfähigkeit der experimentellen Methode abgeschätzt.

Schliesslich bringt Kap. 6 einen Vergleich der Resultate sowohl mit früheren Experimenten im gleichen Energiebereich als auch mit den theoretischen Analysen^{/4/-/7/}.

Im Anhang finden sich alle mathematischen Ableitungen, welche zur Erläuterung der Auswertung notwendig sind, ausserdem eine Diskussion der Eigenschaften des hier zur Gamma-Spektroskopie verwendeten NaJ-(Tl)-Kristalls.

2. Die experimentelle Methode

Ziel des Experiments war es, im Energiebereich der P_{33}^- -Resonanz den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung für den Pion-Proton-Ladungsaustausch



2.1 Die zugrundeliegende Idee

Ladungsaustausch-Neutronen mit $\theta_{cm} = 180^\circ$ besitzen typisch* nur 50 keV an kinetischer Energie; Mehrfachstreuung im Target hindert ihren Nachweis, so dass die Messung der entsprechenden Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte sich auf die nach vorn gestreuten, neutralen Pi-Mesonen stützen muss. Diese zerfallen in ihrem eigenen Ruhssystem isotrop (Spin=0), mit einer mittleren Lebensdauer von $0.84 \cdot 10^{-16}$ sec und mit einer Wahrscheinlichkeit von 98.83 % in zwei Gammaquanten^{/8/}. Dass die Bestimmung der Winkelverteilung der neutralen Pi-Mesonen auf eine Messung der Form des Energiespektrums solcher Zerfallsgammas zurückgeführt werden kann, wird im vorliegenden Experiment zum ersten Male ausgenutzt. Die Leistungsfähigkeit einer Reihe von in früheren Experimenten^{/9/-/13/} angewandten Methoden differentielle Wirkungsquerschnitte der Ladungsaustausch-Reaktion zu messen, wird von Almehed et. al. in^{/14/} verglichen.

2.2 Das Energiespektrum der Zerfallsgammas

Wenn man sich auf den Nachweis der exakt nach vorn ($\theta_{\pi^0} = 0^\circ$) oder auf den Nachweis der exakt nach hinten ($\theta_{\pi^0} = 180^\circ$) emittierten Zerfalls-Gammas beschränkt, werden alle Rechnungen einfach, weil dann eine eindeutige Beziehung (vgl. 2.2.1) zwischen Gammaenergie und Streuwinkel des zerfalle-

* alle "typischen" Werte und Beispiele gehen von $p_{\pi^-}^L = 300$ MeV/c aus.

nen Mutterpions besteht. Im vorliegenden Experiment wird ein Gammadetektor auf $\vartheta_{\pi\gamma} = 0^\circ$ aufgestellt. Der unverbrauchte Primärstrahl wird mit Hilfe des Magneten TC8 am Gammadetektor vorbeigelenkt (vgl. Abb. 1).

2.2.1 Streuwinkel des neutralen π -Mesons und Gammaenergie

Im Ruhssystem des neutralen π -Mesons erhalten die beiden Zerfallsgammas jeweils das Energie-Äquivalent der halben Ruhmasse des neutralen π -Mesons. Die Gammaenergie im Laborsystem E_γ^L ergibt sich daraus durch zweifache Anwendung der Lorentz-Transformation:

$$E_\gamma^L = \frac{m_0/2}{\gamma_{\pi^0}^S (1 - \vec{\beta}_{\pi^0}^S \vec{\beta}_\gamma^S) \gamma_S (1 - \beta_S^L \beta_\gamma^L)} \quad (5)$$

wobei: m_0 = Ruhmasse des neutralen π -Mesons

$\vec{\beta}_{\pi^0}^S$ = Geschwindigkeit des π^0 im Schwerpunktsystem in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit

$$\gamma_{\pi^0}^S = (1 - (\beta_{\pi^0}^S)^2)^{-1/2}$$

β_S^L = Geschwindigkeit des Schwerpunktsystems

$$\gamma_S = (1 - \beta_S^2)^{-1/2}$$

$\vec{\beta}_\gamma^S$ = Geschwindigkeitsvektor des Zerfallsgammas im Schwerpunktsystem

$\vec{\beta}_\gamma^L$ = Geschwindigkeitsvektor des Zerfallsgammas im Laborsystem

Die Einschränkung des Gamma-Nachweises auf den Fall $\vartheta_{\pi\gamma} = 0^\circ$ eliminiert die Abhängigkeit der Skalarprodukte $(\vec{\beta}_1 \vec{\beta}_2)$ vom Azimutwinkel und impliziert $|\vartheta_{\pi^0\gamma}^S| = |\vartheta_{\pi^0\pi}^S|$. Damit:

$$E_\gamma^L(\vartheta_{\pi^0\gamma}^S) = E_\gamma^L(0) \frac{1 - \beta_{\pi^0}^S}{1 - \beta_{\pi^0}^S \cos \vartheta_{\pi^0\pi}^S} \quad (6)$$

wobei

$$E_\gamma^L(0) = \frac{m_0}{2} \sqrt{\frac{1 + \beta_{\pi^0}^S}{1 - \beta_{\pi^0}^S}} \sqrt{\frac{1 + \beta_S^L}{1 - \beta_S^L}} \quad (7)$$

Bei fest vorgegebenem Impuls $p_{\pi^-}^L$ der einlaufenden negativen Pi-Mesonen bestimmen sich also die Labor-Energie eines unter $\vartheta_{\pi^-}^L = 0^\circ$ auslaufenden Zerfalls-Gammas und der Streuwinkel des zerfallenen, neutralen Pi-Mesons im Schwerpunktsystem eineindeutig. Dieser Sachverhalt wird in Abb. 2 illustriert, wo zwei übereinanderliegende, korrespondierende Abszissen eingezeichnet sind.

Im vorliegenden Fall bedingt die Begrenzung des Pion-Streuwinkels auf $0^\circ \leq \vartheta_{\pi^-}^L \leq 180^\circ$ zwei scharfe, kinematische Kanten des Energiespektrums der nach vorn auslaufenden Gammas. Ihre Lage kann aus (Glg. 6) numerisch berechnet werden:

$$\max \{ E_{\gamma}^L(p_{\pi^-}^L, \vartheta_{\pi^0\pi^-}^S) \} = E_{\gamma}^L(p_{\pi^-}^L, 0^\circ) \quad (8)$$

$$\min \{ E_{\gamma}^L(p_{\pi^-}^L, \vartheta_{\pi^0\pi^-}^S) \} = E_{\gamma}^L(p_{\pi^-}^L, 180^\circ) \quad (9)$$

Ergebnisse solcher Rechnungen für den Impulsbereich

$$200 \text{ MeV}/c \leq p_{\pi^-}^L \leq 400 \text{ MeV}/c$$

sind in Abb. 3 dargestellt. Mit ansteigendem Impuls der einlaufenden, negativen Pi-Mesonen wächst die Maximalenergie des Energiespektrums der Zerfallsgammas von etwa 250 MeV auf 400 MeV, während die Minimalenergie von etwa 26 MeV auf 20 MeV absinkt. Man benötigt also ein Gamma-Spektrometer mit einer Dynamik von 20, wenn die gesamte π^0 -Winkelverteilung bestimmt werden soll.

2.2.2 Eine Parametrisierung der Form des ungefilterten Gammaskpektrums

Ausgangspunkt ist eine Zerlegung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der neutralen Pi-Mesonen nach Partialwellen^{/15/}

$$\frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}^S}(\vartheta_{\pi^0\pi^-}^S) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos^n \vartheta_{\pi^0\pi^-}^S \quad (10)$$

In Anhang A wird gezeigt, dass nicht nur im Fall des "punktförmigen" Detektors, sondern auch für den Fall eines

azimutalsymmetrischen Detektors die Form des Energiespektrums der Zerfallsgammas und die Winkelverteilung der neutralen Pi-Mesonen analytisch auseinander berechnet werden können. Die Transformation der (Glg. 10) ergibt innerhalb der kinematischen Grenzen für die Anzahl Gammas pro Energieintervall (vgl. Anhang A):

$$\frac{dN_k}{dE_k} \sim \sum_{n=0}^m \sum_{k=0}^n B_{kn} A_n \left(\frac{1}{E_k} \right)^k \quad (11)$$

Die Matrix B_{kn} hängt allein ab vom Impuls der einlaufenden negativen Pi-Mesonen sowie von der räumlichen Akzeptanz des Gamma-Spektrometers. In der Praxis wird ihre analytische Berechnung mit wachsendem Rang m immer umständlicher. Mit Hilfe einer halbklassischen Überlegung kann m für den Energiebereich der P_{33} - Resonanz abgeschätzt werden. Der Stossparameter b sei limitiert durch den Radius des Streuzentrums, für welchen die Compton - Wellenlänge des Pi-Mesons eingesetzt werde; dann gilt für den Drehimpuls der Partialwellen:

$$L = \ell \cdot \hbar = p_{\pi^-}^S \cdot b \leq p_{\pi^-}^S \cdot r_{\pi^-} = p_{\pi^-}^S \cdot \frac{\hbar}{m_{\pi^-} \cdot c} \quad (12)$$

Aus $p_{\pi^-}^L \leq 400$ MeV/c folgt $p_{\pi^-}^S \leq 280$ MeV/c, also $\ell \leq 2$.

In Anhang B wird die Matrix B_{kn} für $m = 3$ analytisch berechnet. Auch Vergleiche mit älteren Messungen /9/-/13/ zeigen, dass im Energiebereich der P_{33} - Resonanz der $\ell = 2$ Beitrag klein ist, so dass die Mitnahme der p - d Interferenz ausreicht.

2.2.3 Filterwirkung des Gammaspektrometers

Setzt man den in /15/ für 300 MeV/c angegebenen Koeffizientensatz A_n in Glg. (11) ein, dann errechnet man das ungefilterte Spektrum A der Abb. 2

Die im vorliegenden Experiment benutzte Gamma-Nachweisordnung besitzt eine Energieauflösung von etwa 4.8 % FWHM

(volle Halbwertsbreite) für hochenergetische Gammas (vgl. Anhang C). Dadurch wird das originäre Gammaspektrum des Typs A deformiert. Indem man das Spektrum A mit einer problemorientierten (vgl. Kap. 5.2.6), synthetischen Linienform (Halbwertsbreite = 6 %) für die Detektorwirkung faltet, erhält man ein detektorspezifisches Spektrum des Typs B der Abb. 2. An der erheblichen Verschmierung von B lässt sich ablesen, wie wesentlich die genaue Kenntnis der Linienform der Nachweisapparatur ist, wenn man genaue Absolutmessungen differentieller Wirkungsquerschnitte durchführen will.

2.3 Analyseprinzip der Ladungsaustausch-Gammaspektren

Die aus den Partialwellenfunktionen der Glg. 10 entstandenen Polynome in $\{1/E_Y^L\}$ bilden eine Funktionenbasis des originären Gammaspektrums des Typs A der Abb. 2. Die individuelle Faltung dieser Polynome mit der Linienform der Nachweisapparatur erzeugt einen Funktionensatz, welcher das experimentell gemessene Ladungsaustausch-Gammaspektrum, das prinzipiell vom Typ B ist, adäquat beschreibt. In der Auswertung (vgl. Kap. 5.4) wird das gemessene Ladungsaustausch-Gammaspektrum auf die so erhaltene Basis projiziert. Die Anpassung der Entwicklungskoeffizienten A_n durch ein Rechenprogramm von Cziffra et al. /16/, welches nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate arbeitet, liefert als unmittelbares Resultat einen Satz von Partialwellen-Amplituden $\{A_n\}$, dessen Linearkombinationen nach (Glg.10) proportional zu den gesuchten Wirkungsquerschnitten sind, z.B.

$$\left. \frac{dN_Y}{dE_Y^L} \right|_{E_Y = E_{\max}} = A_0 + A_1 + A_2 + \dots \quad (13)$$

$$\sim \frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}} \left(\vartheta_{\pi^0 \pi^-}^s = 0^\circ \right) \quad (14)$$

Wie man im Kapitel 5 noch im einzelnen sehen wird, ist bei der Anwendung der Methode wesentlich:

1. Da es auf eine genaue Messung der Form eines Spektrums ankommt, muss der experimentelle Untergrund sauber identifiziert und abgezogen werden.
2. Für die Auswertung ist es wichtig, die experimentellen Bedingungen so zu wählen, dass die physikalischen Verhältnisse mathematisch gut verfolgt werden können.
3. Aus demselben Grund muss die Linienform der Nachweisapparatur genau bekannt sein.

Anmerkung:

Es ist grundsätzlich möglich, dass in der Folge eines einzigen Elementarprozesses (4) das Neutron und eines der beiden π^0 - Zerfallsgammas in dieselbe Richtung auslaufen. Das hier benutzte Gamma-Spektrometer (vgl. Abb. 4) ist auch neutronensensitiv (vgl. Anhang C). Bei Wahl des Aufbaus nach Abb. 1 wird, da die räumliche Akzeptanz des Detektors typisch $\Delta\vartheta = \pm 1.2^\circ$ beträgt, die Energiemessung der Zerfallsgammas mit etwa $178.8^\circ \leq \vartheta_{\pi^0\pi^-}^L \leq 180^\circ$ durch Überlagerung mit Neutronen ("energy-pile-up") gestört. Dadurch wird die Niederenergie-Abschneidekante des gemessenen Gammaspektrums nach höheren Energien verschoben.

3. Apparativer Aufbau

3.1 Der einlaufende Strahl

Im CERN - Synchrozyklotron (SC) auf 600 MeV beschleunigte Protonen treffen auf ein internes Beryllium-Target. Dabei erzeugte geladene Pi-Mesonen gelangen durch das magnetische Streufeld des Beschleunigers in verschiedene Strahlausgangskanäle. Das in diesem Experiment benützte Strahltransportsystem bestand aus zwei Quadrupoltripletts und einem dazwischenliegenden Ablenkmagneten MC3, mit welchem der gewünschte Strahlimpuls eingestellt wurde (siehe Darstellung des Strahltransportsystems in Abb. 5). Der Impuls des Pionenstrahls konnte je nach Betriebsbedingungen des SC zwischen 200 MeV/c und 400 MeV/c variiert werden. Ein solcher Strahl enthielt $0.3 \cdot 10^5$ bis $1.6 \cdot 10^5$ Teilchen pro sec in guter Näherung gaussverteilt innerhalb eines Impulsbandes, dessen Breite mit steigender Strahlenergie von 7.5 % auf 5.5 % FWHM abnahm ^{/17/}. Mithilfe eines im Strahl-Ausgangskanal des Synchrozyklotrons eingebauten Urankollimators variabler Öffnung konnte die Teilchenrate kontinuierlich gesenkt werden. Dabei verminderte sich die Impulsbreite des Strahls um relativ ca. 30 % ^{/17/} (maximal). Im internen Target des Beschleunigers werden aber nicht nur Mesonen erzeugt, sondern z.B. als Folge des Zerfalls neutraler Pi-Mesonen und anschliessender Konversion auch hochenergetische Elektron-Positron Paare. Zudem zerfallen die geladenen Pi-Mesonen auf ihrem Weg zu dem hier verwendeten Wasserstoff-Target mit einer mittleren Lebensdauer von 26 nsec (in ihrem Ruhsystem) ^{/8/}. Der hier zur Verfügung stehende Teilchenstrahl besteht also im allgemeinen aus einem Gemisch negativ geladener Pi-Mesonen mit negativ geladenen Müonen und Elektronen.

3.2 Das Wasserstoff-Target

In einem dünnwandigen Behälter (Abb. 6) mit 6 cm Durchmesser und 8 cm Länge kann Wasserstoff über Wärmeaustausch mit gasförmigem, kaltem Helium kondensiert oder durch Aufheizen verdampft werden. Man errechnet eine Targetdicke von 0.5664 g cm^{-2} aus den Daten des Targetsystems ^{/18/}. Dieser Wert wurde kontrolliert durch eine Messung des totalen Wirkungsquerschnitts der Ladungsaustausch-Streuung bei 3 Energien; innerhalb des abgeschätzten Fehlers der Targetdicke ^{/19/} von $\pm 1.5 \%$ ergab sich Übereinstimmung mit Bugg et al. ^{/20/}. Drei weitere Vergleichsmessungen, welche unter den experimentellen Bedingungen der Datenaufnahme für Ladungsaustausch nach Schinzel ^{/21/} durchgeführt wurden, mit jeweils "vollem" (= flüss. H_2 gefülltem), "leerem" (= mit gasförmigen H_2 gefülltem bei einer Temperatur von 20°K) und echt evakuiertem Target zeigten, dass etwa 1.8% ^{/19/} der in dem "vollen" Target enthaltenen Wasserstoffmenge als Restgas darin verbleiben, wenn es standardmässig ^{/18/} durch "Sieden" geleert wird. Die effektive Wasserstoff-Targetdicke nach Abzug von Leertarget-Messungen beträgt also $(0.546 \pm 0.008) \text{ g cm}^{-2}$. Ausser mit seiner Wasserstofffüllung trägt das Target noch mit 1.24 mg cm^{-2} aluminisiertem Mylar zur Materie im Strahlweg bei. Die Vielfachstreuung im vollen Target beträgt $(0.3^\circ \pm 0.1^\circ)$ und ist gegen die Divergenz des einlaufenden Strahls, d.i. 1.8° FWHM, vernachlässigbar. Der Energieverlust von Pionen im Target beträgt ca. 2 MeV.

3.3 Teilchendetektoren

3.3.1 Schnelle Plastiksintillationszähler

Ein aus zwei Plastik - Szintillationszählern C_1 und C_2 (vgl. Abb. 1) bestehendes Teleskop ^{/21/} zählt jedes einlaufende, geladene und hochenergetische Teilchen einzeln (Monitorfunktion) und misst den Zeitpunkt seines Durchlaufens durch eine Koinzidenz $C_1 C_2$. Ihr Beitrag zur Zeitauflösung von Flugzeitmessungen ist 1.2 nsec FWHM.

Drei weitere, grössere Plastik - Szintillationszähler A_1 , A_2 , A_3 sind als Veto-Zähler gegen geladene Teilchen eingesetzt. Ihre Nachweiswahrscheinlichkeiten für Strahlpartikel betragen in vorstehender Reihenfolge 99,8 %, 97,8 %, 98,5 %.

3.3.2 Der Gas - Čerenkov - Zähler

Bei einem Teil der Messungen (vgl. Kap. 4.4) ist es notwendig, die Elektronen des Primärstrahls zu identifizieren. Dazu wird ein Gas-Čerenkovzähler C_{gas} als Schwellenzähler in Koinzidenz mit dem Teleskop C_1C_2 betrieben. Er ist ca. 60 cm lang (vgl. Abb. 1) und mit CO_2 bei 15 atm gefüllt. Seine Nachweiswahrscheinlichkeit für durchlaufende Elektronen beträgt $99.775 \% \pm 0.025 \%$. In dem hier interessierenden Energiebereich der P_{33} -Resonanz erzeugen π -Mesonen und Müonen des Strahls in ihm kein Čerenkov-Licht.

3.3.3 Das NaJ-(Tl)-Kristall - Gammaspektrometer

Zum Nachweis hochenergetischer Gamma-Quanten wird das in Abb. 4 gezeigte Spektrometer benutzt, dessen Herzstück ein 33 cm langer NaJ-(Tl)-Kristall mit 27 cm Durchmesser ist. Seine räumliche Akzeptanz wird durch einen vorgelagerten Bleikollimator mit einer Öffnung von 12 cm Durchmesser definiert; bei Benutzung weiterer Randzonen des Kristalls verlore man infolge erhöhter Schauerverluste an Energieauflösung. Zwei dünne Veto-Zähler A_2 und A_3 schirmen den NaJ von vorn gegen geladene Teilchen elektronisch ab (vgl. 4.2.3 und 5.2.5). Ein einzelner grosser Photovervielfacher wandelt das im NaJ-Tl-Kristall entstandene Lichtsignal, dessen Pulshöhe proportional zur Energie des einfallenden Gammas ist, in ein elektronisches Signal um. Wegen seines 200 mm grossen Photokathoden-Durchmessers musste das am Spektrometerort etwa 4 G starke magnetische Streufeld des Beschleunigers sorgfältig kompensiert werden (Abb. 4), weil es die Transportwahrscheinlichkeit vor allem der Photo-Elektronen zur 1. Dynode verschlechtert. Am Photovervielfacher angebrachte,

lichtpulssemitierende Dioden dienen der Kontrolle der linearen Pulsverarbeitung.

Die wichtigsten Eigenschaften des Spektrometers sind:

1. Die Energieauflösung für monoenergetische Gammas mit $E_\gamma > 100$ MeV ist kleiner als 4.8 % FWHM (bei senkrechtem Einfall von vorn mit radialer Achsenentfernung < 6 cm).
2. Im Energiebereich zwischen 25 MeV und 380 MeV sind eventuelle Nichtlinearitäten kleiner als 1.8 %.
3. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für Gammas mit $E_\gamma^L \geq 100$ MeV beträgt typisch 97.5 %.
4. Für $E_\gamma^L = \text{const.} \geq 15$ MeV sind Zeitaufösungen von 1.5 nsec FWHM erreichbar.

Eine ausführliche Diskussion dieser Grössen und ihrer Bestimmung folgt in Anhang C.

3.4 Elektronik

Ein Ereignis wird dann als gültig angenommen, wenn ein durch das Eingangsteleskop C_1C_2 registriertes Teilchen im Targetgebiet gestoppt wird (A_1), und innerhalb von ca. 50 nsec danach der NaJ-Tl-Kristall mit $E > 15$ MeV anspricht, ohne dass er von vorn von einem geladenen Teilchen getroffen wurde ($A_2 + A_3$).

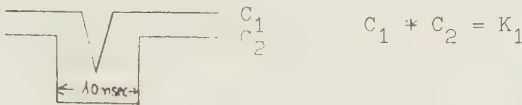
In der Nomenklatur der Abb. 7 lautet diese Triggerbedingung:

$$((C_1C_2) * (C_1C_2 * (A_1 + A_2 + A_3))) * K_4 \quad (15)$$

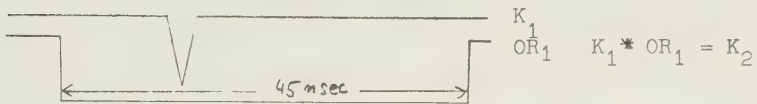
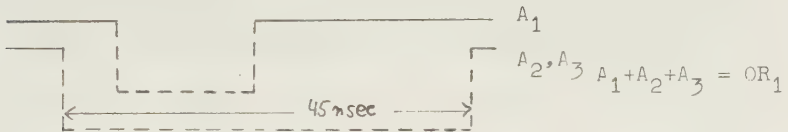
Für jedes Ereignis wird die in 3.4.3 beschriebene Informationsmenge auf Magnetband registriert.

3.4.1 Informationsreduktion durch schnelle Logik (Abb. 7)

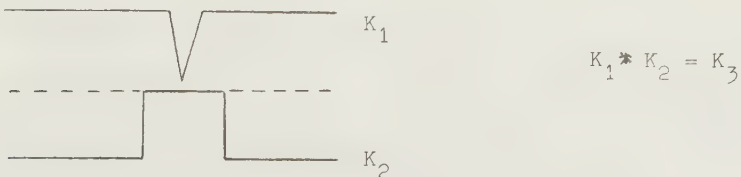
Die erste Bedingung für ein Ereignis ist also, dass ein einlaufendes Teilchen das Zählerteleskop $C_1 C_2$ getriggert hat (Koinzidenz K_1).



Als nächstes wird untersucht, ob in enger zeitlicher Nachbarschaft einer der Antizähler A_1 bis A_3 ein geladenes Teilchen anzeigt (OR_1):

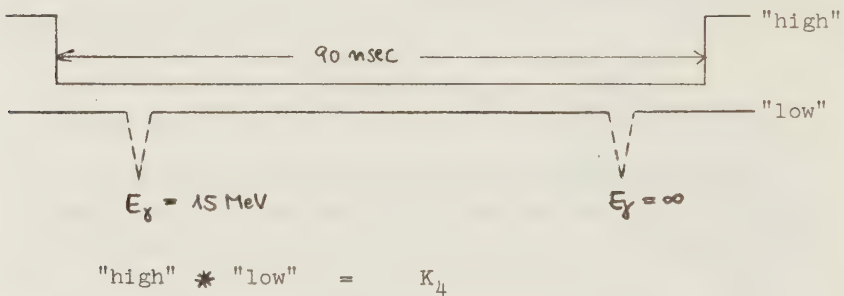


Im Falle des Ansprechens der Koinzidenz K_2 wird K_3 für K_1 gesperrt:



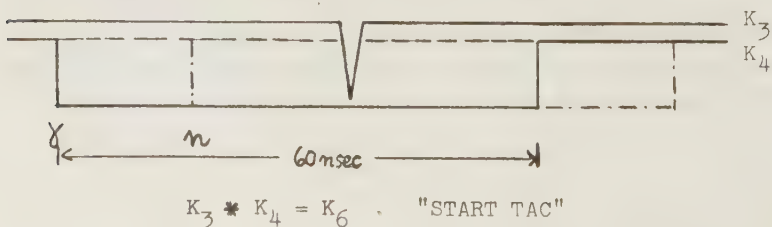
Physikalisch bedeutet das Eintreten der Koinzidenzbedingung K_3 , dass ein einlaufendes geladenes Teilchen im Targetgebiet gestoppt wurde, und in der unmittelbaren Folge kein geladenes Teilchen die Antizählerkombination durchlaufen hat. Typische Raten am Ausgang von K_3 sind 2000/sec.

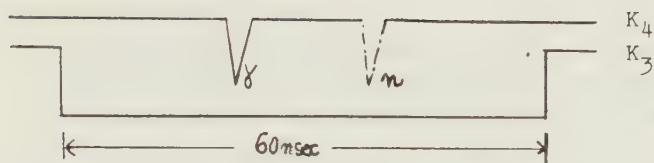
Im unteren Zweig der Logik (vgl. Abb. 7) geht man vom Anodensignal des NaJ-(Tl) Photoervielfachers aus, dessen Anstiegszeit ca. 60 nsec beträgt. Um die gesuchten Gammas von hochenergetischen Neutronen (vgl. 4.3.2) zu trennen, muss bei ca. 3.5 m Flugstrecke und 15 nsec Flugzeitdifferenz die Flugzeit dieser Teilchen mit einer Zeitauflösung von wenigen nsec bestimmt werden. Dazu wird das Anodensignal in einer "High-low"-Koinzidenz verarbeitet. Bei mittleren Amplituden von 100 MeV lokalisiert ein "leading edge trigger", dessen Schwelle auf 2,5 MeV eingestellt ist, die Ankunftszeit eines Teilchens im Kristall gut ("low" - Zweig). Der obere Zweig ("high") setzt die Energieschwelle auf 15 MeV fest. Da sein Ansprechzeitpunkt mit der Anodenamplitude um die Anstiegszeit variiert, ist das Ausgangssignal 90 nsec lang gewählt:



Damit ist der zweite Teil der Bedingungen für das Eintreten eines Ereignisses elektronisch definiert.

Ein Ereignis wird jedesmal dann registriert, wenn die Koinzidenzen K_5 und K_6 ansprechen. Diese sind rein logisch identisch und sprechen immer paarweise an. Der Unterschied besteht darin, dass der Ausgang von K_5 auf K_4 und der Ausgang von K_6 auf K_3 synchronisiert ist.



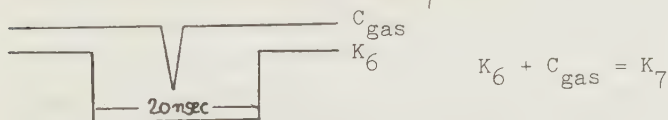


$$K_3 * K_4 = K_5 \quad \text{"STOP" TAC}$$

Diese Methode der zweifachen Konstruktion des logischen Ereignisses bietet dem nachgeschalteten Zeit - in - Analog - Umsetzer (TAC) eine gleich grosse Anzahl von START und STOP Signalen an, wodurch die Totzeit dieses verhältnismässig langsamen Instruments vermindert und die Flugzeitmessung durch Verringerung der Zahl der Koinzidenzen verbessert wird.

Ebenfalls zur Verbesserung der Zeitauflösung dient die Regeneration der Zeitinformation von K_6 , welche ein zweites Mal direkt am Ausgang des erzeugenden "Nulldurchgangsdiskriminators" von C_1 abgegriffen wird. Das von K_6 gesteuerte lineare Tor verschmiert die Zeitinformation weniger als die Folge der Koinzidenzen K_1 bis K_6 . Damit ist die Triggerbedingung (15) erklärt.

Um ausserdem festzustellen, ob ein solches Ereignis durch ein gestopptes Pion oder ein gestopptes Elektron verursacht wurde, wird in der Koinzidenz K_7



$$K_6 + C_{\text{gas}} = K_7$$

überprüft, ob der Gas-Čerenkov-Zähler innerhalb von 20 nsec relativ zur C_1 Durchgangszeit angesprochen hatte.

Damit sind die für die Identifikation der Ereignisse wichtigen Signale "Elektron-Ereignis" und "Pion-Ereignis" definiert. Weitere logische Kombinationen, die zusätzlichen Kontrollen dienten, werden in 3.4.3 aufgeführt.

Bis zu 25 Ereignissen pro sec wurden unter diesen Bedingungen beobachtet.

3.4.2 Die lineare Elektronik (Abb. 7)

In der linearen Elektronik werden die zu einem akzeptierten Ereignis gehörige Flugzeit und Energie des Sekundärteilchens verarbeitet und registriert.

Ein logisch von den Koinzidenzen K_5 und K_6 gesteuerter TAC erzeugt für jedes Ereignis ein zur Flugzeit proportionales Signal, welches über einen Analog-in-Digital-Umsetzer (ADC) einem Datenspeicher zugeleitet wird (vgl. 3.4.3). Zur Kalibration und Linearitätskontrolle der Zeitskala wurden die vor den Eingängen des TAC angebrachten Verzögerungen variiert und mit den Veränderungen des Gamma-peaks der Abb. 8 verglichen. Die Zeitauflösung für Gammas (Abb. 8) betrug 2 nsec FWHM. Da der Ansprechzeitpunkt der mit der NaJ-Anode gekoppelten "leading edge trigger" amplitudenabhängig ist, hängt der Grad der Asymmetrie der Flugzeitpeaks von der Form des NaJ-Amplitudenspektrums ab.

Ausgangspunkt der Energiebestimmung ist das von hochenergetischen Teilchen im NaJ-(Tl)-Kristall erzeugte Scintillationslicht, dessen Anstiegszeit 60 nsec und dessen Abfallzeit 250 nsec beträgt (Anhang C). Es wird von einem schnellen Photovervielfacher in einen proportionalen Spannungsimpuls gleicher Form umgesetzt, welcher an der 10. Dynode abgegriffen wird. Infolge der grossen Konversionseffizienz des NaJ-Materials ^{/22/} erhält man schon bei einer Hochspannung von 1950 V Dynodenimpulse mit mehreren hundert mV Amplitude. Diesen Pulsen öffnet der logische Ausgang des TAC für die Dauer von 600 nsec ein lineares Tor; die durchgelassenen Signale werden nach Integration und Verstärkung digitalisiert (ADC) und dem Datenspeicher zugeleitet.

Die Linearität dieses Zweiges wurde zunächst durch eine Messung überprüft, bei welcher man einen nach 3.1 reduzierten Strahl hochenergetischer Elektronen direkt in den NaJ-Kristall einfallen lässt. Dazu wird der hinter dem Target aufgestellte Ablenkmagnet TC8 ausgeschaltet (Abb.1). Durch Variation des Dynodenabschwächers (Abb. 7) bestimmt man

die Linearität der Nachfolgeelektronik sowie die Lage der elektronischen Null.

Die Linearität des Photovervielfachers wird mit einer anderen Messung unter Zuhilfenahme von lichtemittierenden Dioden (LED's) gezeigt. Ein Pulsgenerator mit bis zu sechs entkoppelten, synchronen Ausgängen erzeugt über die LED's Dynodenimpulse der gleichen Form, wie sie der NaJ-Tl-Kristall als Antwort auf einlaufende Teilchen herausgibt. Messungen, bei welchen jeweils eine verschiedene Anzahl von lichtemittierenden Dioden betrieben werden, zeigen, dass eventuelle Nichtlinearitäten der NaJ-Elektronik kleiner als 1 % sein müssen. Die genannte Forderung nach Formgleichheit begrenzt das Gammaenergie-Lichtäquivalent pro LED auf 25 MeV, da die LED's sonst sättigen. Mit sechs LED's gleichzeitig betrieben ergab sich bei einem Energieäquivalent von 150 MeV eine Energieauflösung von 1.2 % FWHM. Dieser Wert ist die obere Grenze für den Beitrag der Elektronik zur Energieauflösung der Apparatur. Er kann nur bei optimaler Kompensation des Magnetfeldes im Photokathodengebiet erreicht werden. Auch wenn man die typischen Pulsamplituden durch Erhöhen der Speisespannung des Photovervielfachers verachtfachte, ergaben sich noch keine Anzeichen für eine Stromsättigung der 150 MeV Amplituden. Weitere Details sind in Anhang C beschrieben.

3.4.3 Computergesteuerte Datenerfassung

Die von der bisher beschriebenen schnellen Elektronik, wie sie in Abb. 7 dargestellt ist, gelieferten Informationen wurden über ein CAMAC - System einem PDP 15 DEC - Rechner zugeleitet.

Die akzeptierten Ereignisse werden zwischengespeichert und jedes als eigene Informationseinheit in Gruppen zu 24 Ereignissen auf Magnetband übertragen. Zu einer solchen Informationseinheit Ereignis gehört mehr Information als der bisher besprochene harte Kern.

Ausser der in Abb. 7 dargestellten Elektronik gab es noch eine Reihe von Kontrollzweigen. Raten zwischen dem Eintreten von zwei Ereignissen wurden gezählt und dem Informationsumfang des jeweils späteren zugeschlagen. Pro Ereignis wurden auf Magnetband übertragen:

1. Ergebnis der Energiemessung
2. Ergebnis der Flugzeitmessung
3. Zahl der eingelaufenen Strahlteilchen (K_1)
4. Zahl der eingelaufenen Elektronen ($K_1 * C_{\text{gas}}$)
5. Zahl der im Target gestoppten Strahlteilchen ($K_1 * \bar{A}_1$)
6. Zahl der im Target gestoppten Strahlteilchen, ohne dass geladene Ausgangskanäle beobachtet wurden (K_3)
7. Zahl der Prozesse im NaJ-Tl-Kristall mit mehr als 15 MeV Energiedepot (K_4)
8. Zahl der Prozesse im NaJ-Tl-Kristall mit mehr als 2.5 MeV Energiedepot ("low")
9. Zahl der geladenen Teilchen in A_2
10. Zahl der geladenen Teilchen in A_3
11. Zustand der Elektron-Pion-Weiche (K_7)

Dieses Vorgehen erlaubt eine spätere "off-line" Analyse auf Grossrechnern; auf die einzelnen Ereignisse können die verschiedensten Kriterien angewandt werden.

Ausserdem war der PDP 15 - Rechner als Vielkanal programmiert. Schon bei laufender Messung konnten Flugzeit und Energiespektren auf einem Bildschirm sichtbar gemacht werden. Die Ereignisse konnten schon dann nach zusätzlichen Auswahlkriterien feiner unterteilt werden in bis zu 15 Spektren. Das gesamte Flugzeitspektrum sowie die Energiespektren für Ladungsaustausch-Gammas (= Pion-Ereignis $\rightarrow$ Gamma) und Bremsstrahlungsgammas (= Elektron-Ereignis $\rightarrow$ Gamma) sind in der so gewonnenen Form in den Abb. 8, 9 und 10 gezeigt.

4. Messung der Ladungsaustausch-Streuung und Diskrimination konkurrierender Reaktionen

4.1 Die Zusammensetzung des Primärstrahls und ihre Konsequenzen

Der vom Zählerteleskop C_1C_2 erfasste Primärstrahl besteht aus einem Gemisch negativ geladener π^- -Mesonen, μ^- -Mesonen und Elektronen. Deren Anteile an der Monitorrate C_1C_2 müssen bekannt sein, denn

1. man benötigt die Zahl der primären π^- -Mesonen zur Berechnung der gesuchten Wirkungsquerschnitte der Ladungsaustausch-Streuung;
2. die μ^- -Mesonen und Elektronen wechselwirken ebenfalls mit dem Targetwasserstoff; um den Untergrund quantitativ aufzuschlüsseln, muss man ihre Anteile kennen.

Für jede bei den Ladungsaustausch-Messungen verwendete Konfiguration von Beschleuniger, internem Target und Strahltransportsystem wurde die Strahlzusammensetzung bestimmt. Abb. 11 beschreibt die Messanordnung. Der überwiegende Anteil der Strahlteilchen erreicht das Wasserstofftarget innerhalb eines engen Impulsbandes. Wegen ihrer Geschwindigkeitsunterschiede gilt für die Intensität des von ihnen emittierten Čerenkovlichts (auch weil Elektronen Schauer bilden):

$$I_{\pi^-} \leq I_{\mu^-} \leq I_{e^-} \quad (16)$$

Dies verdeutlicht auch das Spektrum 2 der Abb. 12, welches unter der Koinzidenzbedingung C_1C_2 mit dem Flüssigkeits-Čerenkovzähler FC75 aufgenommen ist. Die Auftrennung in Elektronenanteil einerseits (Spektrum 1 in Abb. 12) und Pionen und μ^- -Mesonen andererseits (Spektrum 3 in Abb. 12) gelingt, wenn man den Schwellen-Čerenkov-Zähler C_{gas} in die Koinzidenzbedingung mit einbezieht.

Die hier gegebene Abhandlung lehnt sich eng an die von Schinzel in /21/ vorgelegte. Von dort sind die Abb. 11 und Abb. 12 mit geringen Änderungen übernommen.

Man erhält die Elektronenkontamination $\epsilon(e^-)$ als Quotient von Scaler-Raten (Abb. 11):

$$\epsilon(e^-) = \frac{N(C_1 C_2 C_{\text{Gas}})}{N(C_1 C_2)} \quad (17)$$

Im weiteren wird bei der Aufteilung des Spektrums 3 in Pionen und Müonen vorausgesetzt, dass die Form des Müonen-Spektrumsanteils vom gaussischen Typ ist; so liefert ein Chiquadrat-Fit des Müonen-Peaks die gesuchte Müonenzahl. Damit errechnet man die Müonenkontamination $\epsilon(\mu^-)$ sowie den gesuchten Pionenanteil:

$$\epsilon(\mu^-) = \frac{N_{\text{FIT}}(\mu^-)}{N(C_1 C_2)} \quad (18)$$

bzw.

$$\epsilon(\pi^-) = 1 - \epsilon(\mu^-) - \epsilon(e^-) \quad (19)$$

Die Čerenkov-Licht-Spektren wurden mit verringerter Strahlintensität aufgenommen, um ein Auftürmen aufeinanderfolgender Signale am Vielkanaleingang zu vermeiden. Da beim Verkleinern des Strahls durch einen Urankollimator die Kontaminationen sich änderten, mussten die in Gl. (17) eingesetzten Raten in einer Messung mit vollem Strahl bestimmt werden. Die Abweichungen der Müonenkontamination waren nicht messbar und wurden vernachlässigt.

Bei einigen Ladungsaustauschmessungen war der C_{Gas} aus dem Primärstrahl entfernt worden. Dadurch gewinnt man an Strahlintensität, weil die Vielfachstreuung abnimmt, da sie aber umgekehrt proportional zur Teilchengeschwindigkeit abnimmt, ändert sich die Zusammensetzung des von C_1 und C_2 erfassten Strahls ebenfalls.

Für diese Fälle wurde ein weiteres FC75-Amplitudenspektrum aufgenommen, nachdem der C_{Gas} auch bei der Kontaminations-

messung aus dem Strahlweg genommen worden war. In dieser zweiten Messung erhielt man dann keine Aufgliederung in Teilspektren mehr, sondern nur noch ein Spektrum des Typs 2 der Abb. 12. Unter der Voraussetzung, dass die Form des FC75-Elektronenspektrums unabhängig von der Anwesenheit des C_{Gas} im Strahlweg ist, wurde die in der ersten Kontaminationsmessung gewonnene Form des Typs 1 an den oberen Teil des neuen Spektrums 2 angepasst. Danach setzt man:

$$\epsilon_{\text{FIT}}(e^-) = \frac{N_{\text{FIT}}(e^-)}{N(C_1 C_2)} \quad (17')$$

Das nach der Subtraktion des so normierten Elektronenspektrums verbleibende Restspektrum ist vom Typ 3 und wird wie dieses vorher weiterbehandelt.

Die nach (17') gewonnene Elektronenkontamination wird noch auf volle Strahlintensität korrigiert nach:

$$\epsilon(e^-) = \epsilon_{\text{FIT}}(e^-) * \frac{\epsilon^{\text{voll}}(e^-)}{\epsilon^{\text{verr}}(e^-)} \quad (20)$$

wobei

$$\epsilon^{\text{voll}}(e^-), \epsilon^{\text{verr}}(e^-) = \text{mit voller (verringelter) Intensität des Primärstrahls nach (17) aus Scaler-Werten (Abb. 11) bestimmt}$$

Damit wird $\epsilon(\pi^-)$ wie vorher nach (19) berechnet. Nachdem alle Werte auf zufällige Koinzidenzen und Totzeit in der Elektronik korrigiert wurden, ergaben sich die Resultate der Tabelle 1 (s. nächste Seite).

In der ersten Spalte ist der Impuls der einlaufenden Pionen, erhalten aus einer Messung ihrer Reichweite in Kupfer angegeben. Spalte 2 gibt an, ob der Gas-Čerenkov während der Ladungsaustausch- und Kontaminationsmessungen

Tabelle 1 : Strahlzusammensetzung

Lab π^- MeV/c	C_{Gas} im Strahl	Strahlkomponenten (%)		
		Elektronen	Müonen	Pionen
234.2 $\pm$ 1.0	ja	49.27 $\pm$ 0.04	6.0 $\pm$ 1.0	44.7 $\pm$ 1.0
242.0 $\pm$ 2.0	nein	21.5 $\pm$ 1.5	5.3 $\pm$ 0.4	73.2 $\pm$ 1.9
246.5 $\pm$ 2.0	ja	32.61 $\pm$ 0.04	2.8 $\pm$ 0.3	64.6 $\pm$ 0.3
261.7 $\pm$ 2.0	nein	19.3 $\pm$ 3.0	4.0 $\pm$ 0.5	76.7 $\pm$ 3.5
269.1 $\pm$ 5.0	ja	8.68 $\pm$ 0.03	5.0 $\pm$ 1.0	86.3 $\pm$ 1.0
299.4 $\pm$ 4.0	ja	9.96 $\pm$ 0.03	2.5 $\pm$ 1.2	87.5 $\pm$ 1.2
303.4 $\pm$ 4.0	nein	7.3 $\pm$ 0.4	2.5 $\pm$ 1.2	90.2 $\pm$ 1.6
354.4 $\pm$ 2.0	ja	5.04 $\pm$ 0.04	2.9 $\pm$ 0.6	92.1 $\pm$ 0.6
257.3 $\pm$ 2.0	nein	5.8 $\pm$ 1.0	3.8 $\pm$ 0.8	90.4 $\pm$ 1.3
383.8 $\pm$ 1.0	nein	4.0 $\pm$ 1.0	1.1 $\pm$ 0.6	94.9 $\pm$ 1.6

im Primärstrahl stand. Die folgenden Spalten enthalten die Ergebnisse aus den Gleichungen (17) bzw. (20), sowie (18) und (19). Die Elektronenkontamination hängt stark von der Konditionierung des Beschleunigers ab, was erklärt, dass $\epsilon(e^-)$ keine monotone Funktion des Strahlimpulses ist.

In den angegebenen Fehlern sind berücksichtigt: statistische Beiträge, die Reproduzierbarkeit der Strahl- und Beschleunigerkonditionierung, die Unsicherheiten der beschriebenen Korrekturen und ein systematischer Fehlerbeitrag für die Müonenextrapolation unter den Pionenpeak sowie die Vielfachstreuung im C_{Gas}

4.2 Pion-Proton Ladungsaustausch und konkurrierende Reaktionen

Die wichtigsten Reaktionen des einlaufenden Strahls mit dem Target-Wasserstoff sind in der folgenden Tabelle aufgeführt (siehe nächste Seite):

An den Kernen der Targetumgebung dominieren Reaktionen wie:

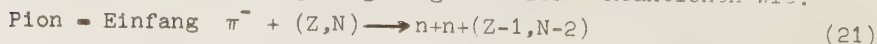


Tabelle 2 : Reaktionen des einlaufenden Strahls

Name der Reaktion	einlaufendes Teilchen		
	Pion	Müon	Elektron
Ladungs- austausch	$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$ $\hookrightarrow 2\gamma$	-	-
elastische Streuung	$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$	$\mu^- + p \rightarrow \mu^- + p$	$e^- + p \rightarrow e^- + p$
Strahlungs- einfang	$\pi^- + p \rightarrow \gamma + n$	-	-
Brems- strahlung	vern.bar	vern.bar	$e^- + p \rightarrow e^- + p + \gamma$ $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + \gamma$
Pionen- erzeugung	$\pi^- + p \rightarrow \begin{cases} \pi^- + p + \pi^0 \\ \pi^0 + n + \pi^0 \end{cases}$	vern.bar	vern.bar

4.3 Unterscheidung des Untergrundes

In diesem Abschnitt werden die in der Tabelle 2 aufgeführten Reaktionen quantifiziert und nach auslaufenden Teilchen-Arten aufgeschlüsselt diskutiert.

4.3.1 Gammas

a. Ladungsaustausch

Abschätzungen der Gammarate auf Grund älterer Daten /9/-/13/ oder theoretischer Extrapolationen /4/-/7/

liessen erwarten, dass typisch alle 2 sec eines der gesuchten Ladungsaustausch-Gammas in das Spektrometer einfällt. Ihr Energiebereich und die voraussichtliche Form des Spektrums konnten wie in 2.2 angegeben berechnet werden.

b. Strahlungseinfang

In der Umgebung der hier interessierenden P_{33} - Resonanz gilt, dass die Energie der nach vorn emittierten Gammas aus dem Strahlungseinfang um ca. 5 % grösser ist als die obere kinematische Grenze der Energie von Gammas aus der Ladungsaustausch-Reaktion.

Abschätzungen, in welche Wirkungsquerschnitte, berechnet mit Hilfe des Prinzips des detaillierten Gleichgewichts aus der Pion-Photoproduktion ^{/23/}, zusammen mit der endlichen Auflösung der Nachweisapparatur eingehen, zeigen, dass sie nicht mehr als eine Schulter zum Hochenergie-Ende des Gamma-Gesamtspektrums beiträgt, deren Höhe zwischen 1.5 % und 3 % der Höhe des Ladungsaustausch-Kontinuums schwankt.

c. Pionenproduktion

Kinematisch ist Pionenerzeugung für $p_{\pi}^L > 265 \text{ MeV/c}$ möglich. Abschätzungen in ^{/20/} zeigen, dass der totale Wirkungsquerschnitt dieses inelastischen Prozesses für $p_{\pi}^L < 400 \text{ MeV/c}$ kleiner als 1 % des totalen Wirkungsquerschnittes für Ladungsaustausch ist. Die Existenz von Zerfallsgammas als Folge der Pionenproduktion wird deshalb in dieser Arbeit vernachlässigt.

d. Bremsstrahlung

Nach Rossi ^{/24/} gilt für Bremsstrahlungsemission:

$$\sqrt{\langle \vartheta_{\gamma}^2 \rangle} = q \cdot \frac{m}{E} \cdot \ln \frac{E}{m} \quad (22)$$

wobei ϑ_{γ} = Gamma-Emissionswinkel relativ zur Einfallsrichtung des Elektrons

E = Energie des strahlenden Elektrons

m = Ruhmasse des Elektrons

Für $E = 300 \text{ MeV}$ findet man in Stearns ^{/25/} $q = 0.7$. Damit errechnet man $\sqrt{\langle \vartheta_{\gamma}^2 \rangle} = 0.8^{\circ}$. Die räumliche Diver-

genz der Bremsstrahlungsgammas wird also durch die Divergenz des einlaufenden Elektronenstrahls von 1.8° dominiert. Das Gammaspektrometer "sieht" (Alternative A, 4.4) fast die gesamte, erzeugte Bremsstrahlung, bis zu 25 Gammas pro sec, etwa fünfzigmal soviel wie Ladungsaustausch-Gammas. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist in guter Näherung umgekehrt proportional zur Energie des Gammas. Die obere kinematische Grenze ist durch die Energie des einlaufenden Elektrons gegeben; sie ist typisch nur 5 % niedriger als für Ladungsaustauschgammas (*ceteris paribus*).

Bei der bisher beschriebenen Wahl des Aufbaus (Abb. 1) ist Bremsstrahlung praktisch für den gesamten Gammauntergrund verantwortlich. Ihre Elimination wird deshalb in den Kap. 4.4 und 4.5 besonders behandelt.

4.3.2 Neutronen

Die von vorn in das Gammaspektrometer einfallenden Neutronen kommen fast alle vom Ladungsaustausch her. Mit dem Impuls der erzeugenden negativen Pi-Mesonen variiert ihre kinetische Energie zwischen 70 MeV und 170 MeV. Ihr totaler Wirkungsquerschnitt für Kern-Reaktionen mit Sn, welches Material bei Abwesenheit von NaJ-Daten stets als Näherung herangezogen wird, ist nach Vlasow ^{/26/} 2.5 barn; sie reagieren also zu 80 % im Gammaspektrometer. Um diese Neutronen wirkungsvoll zu den interessanten Gammas zu trennen, wird die Flugzeit der vom Target herkommenden, in den NaJ-Kristall einfallenden Teilchen gemessen. Im Flugzeitspektrum der Abb. 8 sind Gammas und Neutronen deutlich getrennt. Die Zeitauflösung (FWHM) für Gammas betrug etwa 2 nsec, die Flugzeitdifferenz zwischen Gammas und Neutronen typisch 20 nsec.

Neutronen, welche in der Targetumgebung in der Folge der Reaktion (21) an Kernen entstanden, können schon bei $p_{\pi^-}^L = 240 \text{ MeV/c}$ über bis zu 235 MeV an kinetischer Energie

verfügen. Solche Ereignisse sind auch in der Kontrollmessung mit leerem Target enthalten und werden in der Auswertung (vgl. 5.1.5) subtrahiert.

4.3.3 Der durchgehende Strahl

Da die Signalabfallzeit des NaJ-(Tl)-Kristalls 230 nsec beträgt (exp.), hätte der Einfall des (zu 98 % - 99 % ohne Reaktionen durch das Target laufenden) Primärstrahls in das Gamma-Spektrometer neben anderen Nachteilen eine katastrophale "pile-up" - Deformation der gemessenen Energiespektren zur Folge. Er wird deshalb durch den Ablenkmagneten TC 8, welcher direkt hinter dem Target aufgestellt ist (Alternative A, Kap. 4.4), ausgelenkt und in grosser Entfernung gestoppt.

4.3.4 Geladene Teilchen aus der elastischen Streuung

Unvermeidlich treffen π -Mesonen, Müonen, Elektronen und Protonen aus der elastischen Streuung auf den NaJ-(Tl)-Kristall auf; während der Ladungsaustausch-Datenaufnahme wird der resultierende, hochenergetische Untergrund durch Vetos der drei Zähler A_1 , A_2 und A_3 elektronisch abgeblockt. Die Ineffizienz dieses Vetos ist kleiner als 1 ppm.

4.4. Zwei Alternativen des experimentellen Aufbaus

Bei Messungen mit dem bisher allein beschriebenen experimentellen Aufbau (Abb. 1) dominiert die Erzeugung von Gammas durch Bremsstrahlung stark über den eigentlich gesuchten Prozess Ladungsaustausch. Dabei entstehen zwar 70 % dieses Untergrundes nicht am Targetwasserstoff, dennoch trägt, vor allem wenn die Elektronenkontamination hoch ist (Tab. 1), auch der nach der Subtraktion der Leertarget-

messung bleibende Rest, erheblich zum systematischen Fehler bei (vgl. 5.1.4, 5.3, 5.4). Um die Effizienz der dort beschriebenen Subtraktionsmethode zu prüfen, wurde das Experiment in zwei Versionen durchgeführt:

Alternative A:

Der Aufbau des Experiments erfolgte exakt nach Abb. 1. Der Gas-Cerenkov-Zähler steht während der gesamten Messzeit im Strahl. Wie in 3.4.1 beschrieben, können von Elektronen induzierte Ereignisse von anderen unterschieden werden. Die Ineffizienz des Gas-Cerenkov-Zählers muss in der Auswertung berücksichtigt werden, da sonst von Elektronen verursachte Ereignisse den Pionen-Reaktionen zugerechnet werden. Voraussetzung einer solchen Korrektur ist die genaue Kenntnis sowohl der Ineffizienz des Zählers als auch der Form des von der Messapparatur akzeptierten Bremsstrahlungs-Gammaspektrums.

Alternative B:

Ausgehend von dem Aufbau der Abb. 1 wird das NaJ-(Tl)-Spektrometer aus der $\vartheta_{\text{Lab}} = 0^\circ$ Position auf $\vartheta_{\text{Lab}} = 6.4^\circ$ bzw. auf $\vartheta_{\text{Lab}} = 12^\circ$ gedreht. Weil dann nicht nur die Bremsstrahlung, sondern auch der ungestörte Anteil des Primärstrahls am Rand des Spektrometers vorbeiläuft, kann jetzt sowohl auf den Gas-Cerenkov-Zähler als auch auf den hinter dem Target aufgestellten Ablenkmagneten verzichtet werden.

Die Alternative A bietet die folgenden Vorteile:

1. Für die Auswertung besteht eine eindeutige Beziehung (Glg. 6) zwischen der Energie der Ladungsaustausch-Gammas und dem Streuwinkel des erzeugenden neutralen Pions.
2. Zum experimentellen Fehler beitragende Verstärkungsschwankungen der linearen Elektronik können mit Hilfe des Peaks (vgl. 4.5.1) im akzeptierten Bremsstrahlungsspektrum leicht analysiert und damit das Ladungsaustausch-Gammaspektrum korrigiert werden (5.1.1).

3. Die Elektronen-Kontamination ist genauer bekannt.

Im Gegensatz dazu bietet die Alternative B die Vorteile:

4. Die Bremsstrahlungs-Beimischungen wie in A sind vernachlässigbar. Die NaJ-Tl-Einzelrate, welche in Abb. 13 als Funktion der Elektronen-Kontamination des Primärstrahls aufgetragen ist, sinkt bis auf typisch 0.4 % der Pionenrate. Das verdeutlicht das Resultat der Messung bei $p_{\pi^-}^L = 358 \text{ MeV/c}$ und $\theta_{\pi^-}^L = 12^\circ$, welches als offener Kreis in der Abb. 13 über der Elektronenkontamination = 0 eingezeichnet ist. (Es ist auf eine mittlere Strahlintensität normiert). Analog sinkt die Rate zufälliger Koinzidenzen.
5. Da sich weniger Materie im Strahlweg befindet, werden weniger Strahlteilchen vor Erreichen des Targets herausgestreut. Die verfügbare Intensität des einlaufenden Strahls steigt typisch auf fast das Doppelte.
6. Der Fehlerbeitrag, welcher in mangelhafter Subtraktion von Ereignissen, welche in den Polschuhen des Ablenkmagneten TC8 ihren Ursprung haben, begründet ist (Unterschied in der Vielfachstreuung für volles und leeres Wasserstoff-Target), entfällt.

4.5 Kontrollmessungen des Untergrundes

4.5.1 Form des Bremsstrahlungsspektrums im Falle der Alternative A

Wenn man den in Abb. 1 dargestellten Aufbau bei ausgeschalteter Hochspannung des Zählers A_1 betreibt, so misst man unter der logischen Bedingung

$$(C_1 C_2 C_{\text{Gas}}) * (A_2 + A_3) * K_4 \quad (23)$$

bei $p_{\pi^-}^{\text{Lab}} = 300 \text{ MeV/c}$ das Energiespektrum der Abb. 14. Es

zeigt die für Bremsstrahlung von Matthews /27/ berechnete Form, wenn man pile-up Effekte der Messung berücksichtigt. Das zugehörige Flugzeitspektrum besteht im wesentlichen aus einem breiten Berg dort, wo Gammas erwartet werden. Nun gilt während der Ladungsaustausch-Messung die logische Bedingung (Pion-Ereignis $\longrightarrow$ Gamma):

$$(C_1 C_2 C_{\text{gas}}) * (A_1 + A_2 + A_3) * K_4 \quad (24)$$

welche A_1 enthält. Diese Vetobedingung reduziert unabhängig von der Auflage C_{Gas} die Akzeptanz der Apparatur für Bremsstrahlung ganz erheblich, weil sie diejenigen Ereignisse mit grosser Wahrscheinlichkeit verwirft, bei welchen ein Bremsstrahlungs-Elektron den Zähler A_1 trifft. Aus der Kinematik der Bremsstrahlung folgert man, dass diese zusätzliche Bedingung den Niederenergie-Anteil des Bremsstrahlungs-Gammaspektrums stark defavorisiert, und zwar umso mehr, je näher die Wechselwirkung am Zähler A_1 stattfindet.

In der Tat misst man mit dieser logischen Bedingung (Elektron-Ereignis $\longrightarrow$ Gamma):

$$(C_1 C_2 C_{\text{gas}}) * (A_1 + A_2 + A_3) * K_4 \quad (25)$$

welche während der Datenaufnahme des Ladungsaustauschs die Bremsstrahlung unterscheidet, ein Bremsstrahlungsspektrum der Form der Abb. 10 b ; es besteht aus einem Peak bei hohen Energien und einem flachen Schwanz bei kleinen Energien.

Im Falle der Alternative A wird dieses Spektrum vom gemessenen Ladungsaustausch-Spektrum subtrahiert, nachdem es auf die Ineffizienz des Gas-Čerenkov-Zählers normiert wurde (vgl. 5.1.4).

Die Flugzeitspektren der Abb. 8 zeigen eine starke zahlenmässige Dominanz des Gammapeaks, vor allem im Falle der Leertargetmessung.

4.5.2 Form des Untergrundes im Fall der Alternative B

Eine Kontrollmessung, bei welcher der C_{Gas} im Primärstrahl stand, zeigte, dass das Verhältnis der "Pion-Ereignis-Rate" zur "Elektron-Ereignis-Rate" grösser als 10^3 wird, wenn man den Gamma-Detektor um mehr als 6° aus der verlängerten Primärstrahlachse herausdreht. Entfernt man den C_{Gas} , wie bei den sonstigen Messungen unter B, aus dem Primärstrahl, so vermindert man die Materie im Strahlweg; das bedeutet, dass weniger Bremsstrahlung erzeugt und die Vielfachstreuung der Elektronen reduziert wird.

Da also jetzt die Bremsstrahlungsbeimischungen vernachlässigt werden können, und geladene, am Target elastisch gestreute Teilchen durch die Zählerkombination A_1, A_2, A_3 wirkungsvoll unterdrückt werden, bilden jetzt Neutronen sowie solche Gammas, welche auch im Falle der Leertarget-Messung mit erfasst werden, den mit dem Primärstrahl zeitkorrelierten Untergrund.

Dies wird durch einen Vergleich der bei $p_{\pi^-}^L = 300 \text{ MeV/c}$ aufgenommenen Flugzeitspektren (Abb. 9) deutlich. Die Form des über zufällige Koinzidenzen registrierten Untergrundes ist durch die Antwortfunktionen des NaJ-(Tl)-Kristalls auf π^- -Mesonen, μ^- -Mesonen und Protonen (vgl. Anhang C) bestimmt, da in der Alternative B grundsätzlich die elastische Streuung der dominierende Prozess ist; differentielle Wirkungsquerschnitte findet man bei Bussey et al.^{/28/}.

5. Auswertung

Der Umfang der zur Verfügung stehenden elektronisch gewonnenen Information ist in 3.4.3 beschrieben. Sie umfasst grundsätzlich die Ladungsaustauschereignisse und den Teil der Bremsstrahlung, bei welchem das strahlende Elektron den Veto-zähler A_1 nicht trifft. Für jede Energie gibt es zwei Datensätze, einen mit vollem Target und einen mit leerem Target gemessenen.

Die Datenanalyse wurde auf den CERN - Grossrechnern CDC 6600 und CDC 7600 durchgeführt.

5.1 Gewinnung reiner Ladungsaustausch-Gammaspektren

5.1.1 Korrektur von Verstärkungsschwankungen

Als Ursache von Verstärkungsschwankungen kommen in Frage: Veränderung der Strombelastung des Photovervielfachers, Schwankungen der Temperatur des NaJ-(Tl)-Kristalls, Instabilität der Hochspannungsversorgung des Photovervielfachers, mangelnde Konstanz des Erregerstroms der Magnetfeldkompensation oder des Verstärkungsfaktors der Elektronik. Kontrollen der verschiedenen Ursachen ergaben, dass der erstgenannte Grund praktisch alleinverantwortlich für die in Abb. 15 gezeigten Verstärkungsschwankungen ist. Da beim Übergang von Messungen mit vollem und leerem Target und nach Kalibrationsmessungen, bei welchen der reduzierte Eingangsstrahl direkt auf das Gammaskpektrometer auftrifft, sich zwangsläufig Teilchenraten und -Amplitudenverteilungen stark ändern, sind Veränderungen der Strombelastung der linearen Pulsverarbeitung unvermeidlich. Systematische Kontrollen mit Hilfe von lichtemittierenden Dioden wurden erst während der letzten Messungen durchgeführt.

Die Analyse der Verstärkungsschwankungen macht Gebrauch davon, dass die experimentellen Ereignisse einzeln nacheinander auf Magnetband geschrieben sind. Sie können somit in ihrer natürlichen zeitlichen Reihenfolge individuell

abgerufen und damit die Datenaufnahme in beliebigen zeitlichen Intervallen reproduziert werden.

Im Falle der Alternative A wurden vor der eigentlichen Analyse Folgen von Bremsstrahlungsspektren der Form der Abbildung 10b akkumuliert; dazu wurden jeweils 1500 Bremsstrahlungsereignisse von den Original-Datenbändern abgerufen. Mit Hilfe eines Computerprogramms wurde verfolgt, inwieweit der Schwerpunkt des Bremsstrahlungspeaks sich zeitlich veränderte (vgl. Abb. 15). Die Zuverlässigkeit dieses Verfahrens wurde durch Intervallschachtelung gezeigt. Ausserdem wurde kontrolliert, dass die Verstärkung sich in gleichem Sinn wie die Belastung der Elektronik verändert. Die so erhaltene Zeitreihe von Peakpositionen wird dann anschliessend zur Korrektur der Ladungsaustausch-Spektren benutzt.

Die Original-Energieskala umfasst typisch 1500 Kanäle, während zur endgültigen Analyse in 100 Kanäle aufsummiert wird. Um die Verstärkungsschwankungen zu korrigieren, wird der zur Adressberechnung verwendete, mittlere Divisionsfaktor 15 proportional zur Veränderung der Position des Bremsstrahlungspeaks variiert.

Im Falle der Alternative B lässt sich die Korrektur wegen der Abwesenheit der Bremsstrahlung nicht so einfach durchführen. Ladungsaustausch-Gammaspektren oder Neutronen-Energiespektren sind zu wenig strukturiert, um ein ähnliches, automatisiertes Verfahren zu gestatten. Deswegen werden hier grössere, zeitlich aufeinanderfolgende Abschnitte der Datenaufnahme reproduziert und aus den mit dem Auge beobachteten Veränderungen der Lage der Abschneidekante Verstärkungsschwankungen abgeschätzt. Eine Korrektur der Spektren wurde in diesem Falle nicht ausgeführt, was beim systematischen Fehler berücksichtigt wird. .

5.1.2 Einordnung aller Ereignisse in Matrizen

Zu Beginn der eigentlichen Analyse werden alle Ereignisse nach den Kriterien Flugzeit und Energie der in dem Spektrometer nachgewiesenen Teilchen in zweidimensionale Matrizen eingeordnet.

Da man weiterhin nach den Kriterien "Pion-Ereignis" (24) und "Elektron-Ereignis" (25) unterscheidet (was auf die Trennung von Ladungsaustausch und Bremsstrahlung hinausläuft), und immer danach, ob das Target mit flüssigem Wasserstoff gefüllt war oder nicht, entstehen im Fall A je vier, im Fall B je zwei zweidimensionale Ereignisfelder. In der Regel wurde mit vollem Target dreimal solange gemessen wie mit leerem.

Den mit den Daten für $p_{\pi^-}^{\text{Lab}} = 299 \text{ MeV/c}$ (Fall A) so erzeugten Matrizensatz zeigt die Abb. 16 a-d in räumlicher Darstellung. Die Zahl beobachteter Ereignisse (Teilchen) ist immer in der Vertikalen aufgetragen. Die von links nach rechts laufende Koordinate gibt das Ergebnis der Energiemessung wieder, der gezeigte Bereich geht von 0 bis 384 MeV. Das Ergebnis der Flugzeitmessung lokalisiert ein Ereignis auf der von vorn nach hinten laufenden Achse, welche in 64 Kanäle zu je 1 nsec unterteilt ist. Der Grat der Gammagebirge liegt jeweils bei etwa $t = 14 \text{ nsec}$, das Massiv der Ladungsaustausch-Neutronen bei etwa $t = 30 \text{ nsec}$ (vgl. Abb. 8). Durch Summation über geeignete Flugzeitbereiche erhält man die Energiespektren 10a, 10b und 22a.

Da der "leading edge trigger" hinter dem Photovervielfacher des NaJ-Kristalls auf kleine Amplituden später anspricht als auf grosse, haben z.B. die niederenergetischen Gammas eine scheinbar längere Flugzeit als die hochenergetischen. Eine analoge Korrektur ist nicht notwendig, wenn, wie hier, nur die obere Hälfte des Energiespektrums der Ladungsaustauschgammatausgewertet wird.

Die Abb. 16e zeigt zusätzlich die Ladungsaustausch-Matrix für $p_{\pi^-}^{\text{Lab}} = 354 \text{ MeV/c}$ und volles Target; hier läuft die Flugzeit von links nach rechts und die Energie von vorn nach hinten. Der Blick in das Tal zwischen dem Gammagebirge links und dem Neutronengebirge rechts macht deutlich, wie gut diese durch Flugzeitmessung separiert werden können.

Wenn man berücksichtigt, dass der linearen Gamma-Energieskala eine stark nichtlineare Skala des Streuwinkels des neu-

tralen π -Mesons im Schwerpunktsystem (vgl. Abszissen der Abb. 2) entspricht, erkennt man die Dominanz des $l = 1$ Terms der π^0 -Winkelverteilung.

5.1.3 Subtraktion von Ereignissen aus zufälligen Koinzidenzen

Über jede Matrix verteilt sind Untergrundereignisse, welche über zufällige Koinzidenzen registriert wurden. Die dem Gamma-Höhenzug vorgelagerte Ebene enthält nur solche Untergrundereignisse, ebenfalls das Tal zwischen Gammas und Neutronen. Diese Gebiete werden über die Flugzeit aufsummiert, auf eine Kanalbreite normiert, und die jeweiligen Matrizen durch kanalweise Subtraktion korrigiert. Diese Korrektur trägt zum differentiellen Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung (Ladungsaustausch) zwischen 0.5 % (bei kleiner Elektronenkontamination, vgl. Abb. 13) und 5 % (bei grosser Elektronenkontamination) bei. Die Zeitstruktur des Primärstrahls und die Konstruktion der Elektronik stören die Gleichverteilung dieses Untergrunds in den Ereignismatrizen. Deshalb erzeugt seine Subtraktion Fehlerbeiträge bis zu 3 %.

5.1.4 Korrektur der Ineffizienz der Bremsstrahlungsdefinition

Bremsstrahlungsereignisse, bei welchen der Gas-Čerenkov-Zähler das einlaufende Elektron infolge seiner endlichen Ineffizienz nicht als solches identifizierte, sind nicht von Ladungsaustauschereignissen unterscheidbar.

Deswegen musste die Nachweiswahrscheinlichkeit dieses Zählers gemessen werden. Das Strahlführungssystem ist auf einer Länge von 9 m für Zählermontage zugänglich. Auf dieser Strecke beträgt die Flugzeit für π -Mesonen, μ -Mesonen und Elektronen mit einem Impuls von 254 MeV/c 34.2 nsec, 32,5 nsec und 30 nsec. Mit zwei Plastikszintillationszählern wurde dieses Flugzeitspektrum mit einer Zeitauflösung

von 1.3 nsec FWHM gemessen. Eine Koinzidenz mit dem Gas-Čerenkov sichert die Form des Elektronenpeaks. Mit Hilfe eines vorsichtig gesetzten Zeitfensters auf den Elektronen-Flugzeitpeak können somit die Elektronen isoliert werden. Der experimentelle Aufbau ist ähnlich wie in Abb. 5. Mit dieser Anordnung fand man eine Ineffizienz des Gas-Čerenkov-Zählers von $0.225 \% \pm 0.025 \%$, was gut mit einer früheren Messung übereinstimmt, bei welcher ein zweiter, ebenfalls diskriminierender Čerenkov-Zähler verfügbar war. Im Falle der Alternative A wurden deshalb die Bremsstrahlungs-Matrizen mit 0.00225 durchmultipliziert und elementweise von den Ladungsaustausch-Matrizen subtrahiert. Die so korrigierten Ladungsaustauschmatrizen für volles und leeres Target enthalten statistisch nur noch Ereignisse mit Pi-Mesonen im Eingangskanal.

5.1.5 Subtraktion der nicht am Targetwasserstoff erzeugten Ereignisse

Die Matrizen "volles Target" enthalten noch Ereignisse, welche am Wasserstoff-Restgas oder an den Kernen der Targethülle und des Zählers C_2 sowie in den ineffizienten Schichten des Zählers A_1 erzeugt wurden. Summiert man über diese Protonenbeiträge, so kommt man auf ca. 18 % der Menge an flüssigem Wasserstoff im vollen Target, davon 15 % in Kernen und 3 % in molekularem Wasserstoff. Dieser Untergrund wird eliminiert, wenn man die Matrizen "leeres Target" auf gleiche Eingangsteilchenzahl wie das "volle Target" normiert und elementweise von den Matrizen für "volles Target" subtrahiert.

Der Restgasanteil ist bei der Angabe der effektiven Targetdicke berücksichtigt.

5.1.6 Subtraktion der Gammas aus dem Strahlungseinfang

In der Auswertung wird die Korrektur dieses Prozesses an dieser Stelle wie in 4.3.1 angegeben ausgeführt.

5.1.7 Das Ladungsaustausch-Gammaspektrum

Damit ist der Reinigungsprozess der Matrix "volles Target" abgeschlossen. Im statistischen Mittel enthält sie die richtige Zahl von Ladungsaustausch-Ereignissen, seien es Gammas oder Neutronen.

Das Ladungsaustausch-Gammaspektrum erhält man durch Aufaddieren der Matrix "volles Target" in der Umgebung der Gamma-Flugzeit. Das Ergebnis der Messung mit $p_{\pi}^{\text{Lab}} = 299 \text{ MeV}/c$ ist in Abb. 17 wiedergegeben. Die Weiterverarbeitung dieses Spektrums wird in 5.3 beschrieben.

5.2 Die experimentelle Verschmierung des Gammaspektrums

Nachdem in 5.1 gezeigt wurde, wie der experimentelle Untergrund des Ladungsaustausch-Gammaspektrums subtrahiert wird (S. 8, Forderung 1), wird in 5.2 die Linienform der Apparatur (Forderung 3) diskutiert. Die unten genannten Kriterien kristallisieren in 5.2.6 in eine Messvorschrift für diese Linienform; die Fehler dieser Approximation werden in 5.3 abgeschätzt.

Für die Veränderung der Form des "ungefilterten" Ladungsaustausch-Gammaspektrums (vgl. Kap. 2.2.2, Abb. 2) durch die Messanordnung sind bestimmend:

- a. die energieabhängige Linienform des Spektrometers für monoenergetische Gammaquanten
- b. die Impulsverteilung des einlaufenden Pionenstrahls
- c. die Divergenz des einlaufenden Pionenstrahls

- d. die endliche Ausdehnung des Targets zusammen mit der endlichen Akzeptanz des Gammaskpektrometers
- e. die endliche Auflösung der linearen Elektronik
- f. die bestrahlten Flächen in der Öffnung des Bleikollimators

5.2.1 Die Linienform des Gammaskpektrometers für monoenergetische Gammas

Eine Messung bei $E_\gamma = 129.4$ MeV ergab eine Energieauflösung von 4.8 % FWHM. (vgl. Anhang C). Derselbe Wert ergab sich bei Messungen mit Elektronen bei höheren Energien. Die Energieabhängigkeit der Auflösung sollte nach Angaben von Birks ^{/29/} und Hughes ^{/30/} durch das Gesetz

$$\eta(E_\gamma) \sim E_\gamma^{-1/4} \quad (26)$$

beschrieben werden. Im Rahmen der Genauigkeit der Daten dieses Experiments ist eine Überprüfung dieser Formel nicht möglich. Wenn man auf eine Auswertung der niederenergetischen Hälfte des gemessenen Ladungsaustausch-Spektrums verzichtet, kann der Beitrag einer vergleichbaren Energieabhängigkeit vernachlässigt werden.

5.2.2 Einfluss der Impulsverteilung des einlaufenden Pionenstrahls

Um abzuschätzen, eine wie grosse Verschmierung des Gammaskpektrums die Impulsbreite des einlaufenden Pionenstrahls (vgl. Kap. 3.1) erzeugt, geht man von (Glg. 6) und (Glg.7) aus. Aus Abb. 3 kann abgelesen werden, dass die Energie der oberen kinematischen Grenze des Ladungsaustausch-Gammaskpektrums für $240 \text{ MeV}/c \leq p_{\pi^-}^{\text{Lab}} \leq 400 \text{ MeV}/c$ näherungsweise durch

$$E_\gamma^L(0^\circ) = c \cdot p_{\pi^-}^{\text{Lab}} + 30 \text{ MeV} \quad (27)$$

wiedergegeben wird, ein Ergebnis, was auch durch Reihenentwicklung von

$$\max_{\substack{\text{min} \\ \vartheta_{\pi\pi}^s}} \left\{ E_Y^L(\vartheta_{\pi\pi}^s) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ E_{\pi^0}^L + c \cdot p_{\pi^0}^L \right\} \quad (28)$$

abgeschätzt werden kann. Da hier $30 \text{ MeV} \ll c \cdot p_{\pi^0}^L$ gilt, folgert man:

$$\frac{dE_Y^L(0^\circ)}{E_Y^L(0^\circ)} \approx \frac{dp_{\pi^0}^L}{p_{\pi^0}^L} \quad (29)$$

d.h. die Impulsverschmierung des einlaufenden Pionenstrahls impliziert eine gleiche relative der oberen kinematischen Grenze des Gammaskpektrums.

Eine analoge numerische Abschätzung für $\vartheta_{\pi^0\pi^-}^s = 30^\circ$, entsprechend ca. 60 % der Energie der oberen Grenze (Abb. 2), ergibt, dass eine Veränderung des Pionenimpulses um 4 % die entsprechende Gammaenergie nur um 1 % verschiebt:

$$\frac{dE_Y^L(30^\circ)}{E_Y^L(30^\circ)} \approx \frac{1}{4} \frac{dp_{\pi^-}^L}{p_{\pi^-}^L} \quad (30)$$

Die Abhängigkeit der unteren kinematischen Grenze vom Impuls der einlaufenden Pionen ist vernachlässigbar.

5.2.3 Einfluss von Winkelunschärfen

Die Divergenz des Primärstrahls, die endliche Ausdehnung des Targets, die Pionenstreuung im Target und die endliche Akzeptanz des Gammaskpektrometers tragen dazu bei, dass der Relativwinkel $\vartheta_{\pi^0\gamma}^s$ nicht ideal scharf definiert wird.

Bei der Berechnung der Matricelemente B_{kn} (vgl. Kap. 2.2), welche die Transformation der Winkelskala in die Energieskala beschreiben, wurde in Anhang B die endliche Akzeptanz des Spektrometers ($\vartheta_{\max}^0 \approx 1.1^\circ$) schon berücksichtigt.

Stellt man die endliche Ausdehnung des Targets in Rechnung, dann vergrößert sich dieser Maximalwinkel um 50 %. Die Vielfachstreuung im Target trägt 0.3° bei, die Einfachstreuung bis zu 0.8° . Die Strahlführungselemente und das Teleskop $C_1 C_2$ begrenzen die Divergenz des Pionen-Primärstrahls auf $\vartheta \approx 1.8^\circ / 17/$.

Die quadratische Addition ergibt $\vartheta_{\max} = 2.6^\circ$. Die Lösung des Integrals

$$\langle \vartheta^2 \rangle = \frac{\int_{\Omega_\gamma} \vartheta^2 d\cos\vartheta}{\int_{\Omega_\gamma} d\cos\vartheta} \quad (31)$$

für kleine Winkel ergibt:

$$\langle \vartheta^2 \rangle = \frac{1}{2} \vartheta_{\max}^2 \quad (32)$$

in unserem Fall also $\sqrt{\langle \vartheta^2 \rangle} = 1.8^\circ$. Aus (Glg. 5) ergibt sich:

$$\frac{dE_\gamma^L(\vartheta_\pi^S, \vartheta_\pi^L)}{E_\gamma^L(\vartheta_\pi^S, \vartheta_\pi^L)} = \frac{\beta_\pi^S \sin\vartheta_\pi^S}{1 - \beta_\pi^S \cos\vartheta_\pi^S} d\vartheta_\pi^S + \frac{\beta_\pi^L \sin\vartheta_\pi^L}{1 - \beta_\pi^L \cos\vartheta_\pi^L} d\vartheta_\pi^L \quad (33)$$

Die numerische Auswertung von (Glg. 33) ergibt für $p_\pi^L = 300 \text{ MeV}/c = \text{const.}$ und für das Hochenergieende ($\vartheta_{\pi\gamma} \leq 2^\circ$, $\vartheta_{\gamma\pi} \leq 2^\circ$)

$$\frac{\Delta E_\gamma^L(0^\circ)}{E_\gamma^L(0^\circ)} \approx 0.5\% / \Delta\vartheta (\text{in Grad}) \quad (34)$$

und für den mittleren Teil des Gammaskpektrums

$$\frac{\Delta E_\gamma^L(30^\circ)}{E_\gamma^L(30^\circ)} \approx 3\% / \Delta\vartheta (\text{in Grad}) \quad (35)$$

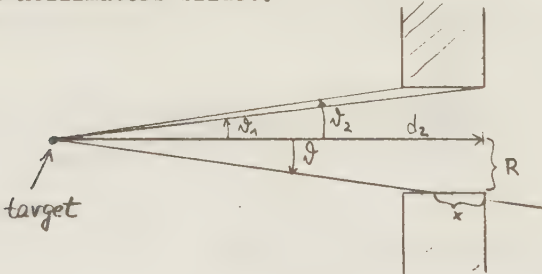
Die resultierende Verschmierung des Ladungsaustausch-Gammaskpektrums beträgt also 0.9 % am Hochenergieende und 5.4 % im Mittelteil.

5.2.4 Auflösung der linearen Elektronik

Der nach 3.4.2 bestimmte Beitrag von $< 1.2 \% \text{ FWHM}$ für $E > 150 \text{ MeV}$ ist bei quadratischer Addition vernachlässigbar.

5.2.5 Akzeptanz und Einfluss des Bleikollimators

Die Dicke des Bleikollimators (Abb. 4) vor dem NaJ-(Tl)-Kristall beträgt 16 cm oder 28.6 Strahlungslängen*. Deswegen werden hier frontal auftreffende Gammas vernachlässigt. Verfolgt werden muss dagegen das Schicksal derjenigen Gammas, welche auf die Blei-Innenflächen der Kollimatoröffnung auftreffen. Der Raumwinkel dieser Ringzone Ω_R beträgt (bei 3 m Abstand zwischen Target und Kollimator) ca. 11 % des Raumwinkels Ω_Z , welchen die zentrale Öffnung des Kollimators bildet.



* Die Strahlungslänge ist eine in der Theorie elektromagnetischer Schauer eingeführte, im wesentlichen von der Kernladung Z abhängende Materialkonstante ^{/24/, /27/}. Sie ist definiert als Quotient der Energie eines Elektrons und dem infinitesimalen Strahlungsverlust dieses Elektrons pro Weglänge:

$$l_{\text{rad}} = E_e / (-dE/dt)_{\text{rad}}$$

Für hinreichend hohe Energien gilt in guter Näherung:

$$l_{\text{rad}} = 716 A Z^2 \ln(183 Z^{-1/3}) \text{ in gcm}^{-2}$$

Die Transmission dieser Ringzone berücksichtigt das Integral

$$\Omega_R^{\text{eff}} = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} e^{-\mu(E_\gamma) \cdot x(\vartheta)} \cdot (-2\pi \, d\cos\vartheta) \quad (36)$$

wobei $x(\vartheta) = \left(\frac{d_2}{\cos\vartheta} - \frac{R}{\sin\vartheta} \right) = \text{Bleidicke } (\vartheta)$ (37)

$$\mu(E_\gamma) = 0.1 \text{ cm}^2 \text{ gr}^{-1}$$

Die schwache Energieabhängigkeit ^{/31/} des Schwächungs-
koeffizienten μ wird hier zunächst vernachlässigt. Die
numerische Integration ergibt:

$$\Omega_R^{\text{eff}} = (5.7 \cdot 10^{-3}) \cdot \Omega_0 \quad (38)$$

d.h. die direkte Transmission von Gammas, welche ohne
Wechselwirkungsprozess die bestrahlte Ringzone durchlaufen,
trägt 0.6 % zum gesamten Raumwinkel bei.

Eine Deformation des Ladungsaustauschspektrums kommt durch
solche Gammas zustande, welche auf die Ringzone Ω_R auftref-
fen, im Blei konvertieren und einen Schauer entwickeln, der
sich zum Teil im Kollimator, zum Teil im NaJ-(Tl)-Kristall
totläuft.

Die weiteren Überlegungen gehen von folgenden Annahmen aus:

1. Der Einfallswinkel der primären Photonen in die Ringzone
sei $\vartheta = 1.1^\circ$.
2. Sekundärphotonen können den Bleikollimator nur dann wie-
der verlassen, wenn ihr Streuwinkel relativ zur Schauer-
achse mindestens $\vartheta' = 1.1^\circ$ beträgt.
3. Die Subtraktion von integrierten Winkelverteilungen aus
den Tabellen von Messel und Crawford ^{/32/} liefert eine
obere Grenze W_s für die Wahrscheinlichkeit, dass Sekun-
därphotonen den Kollimator unkonvertiert verlassen.

4. Da nur Streuung nach innen betrachtet wird, müssen die so errechneten Wahrscheinlichkeiten halbiert werden.

Das Verhältnis V von registrierten hochenergetischen Schauergammas zu denjenigen Ladungsaustausch-Gammas, welche in den NaJ-Kristall einfallen, ohne mit der Materie zwischen Target und Kristall-Eintrittsebene reagiert zu haben, ist dann gegeben durch:

$$V = \frac{1}{2} \cdot W_S \cdot (1 - \epsilon) \cdot \frac{\Omega_R}{\Omega_Z} \quad (39)$$

wobei: ϵ = Wahrscheinlichkeit, dass andere Schauerteilchen in A_3 (Abb. 1) ein Veto erzeugen.

Setzt man nach Sober et al. ^{133/} $\epsilon = 0.7$, so errechnen sich die in der Tabelle angegebenen Werte von V , noch aufgeschlüsselt nach der Energie der sekundären Photonen:

Tab. 3: Energieverteilung von Schauer-Photonen

Energiebereich $E_1 \leq E \leq E_2$ MeV		Emissionswahrscheinlichkeit W_S %	Störungswahrscheinlichkeit V %
200	500	7.5	0.1
100	200	20.	0.3
50	100	50.	0.8
20	50	130.	2.0

Stichprobenrechnungen für Primärenergien von 100 MeV und 200 MeV ergeben ähnliche Resultate.

Daraus können die folgenden Schlüsse gezogen werden:

1. Da für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte für die Vorwärtsstreuung nur das Hochenergie-Ende des Gammaspektrums wesentlich ist, somit nur unkonvertierte Gammas in Betracht kommen, muss nur für die Transparenz der Ringzone korrigiert werden.

2. Bei Auswertung der Hochenergiehälfte des Ladungsaustausch-Gammaspektrums ist die Deformation durch im Bleikollimator aufgeschauerte Gammas vernachlässigbar.
3. Bei Auswertung der Niederenergiehälfte des Gammaspektrums muss bedacht werden, dass sich die betrachtete Deformation zu niedrigen Energien kumuliert. Genauere Abschätzungen wären dann nötig.

5.2.6 Die effektive Linienform der Messapparatur

Die Faltung des in Kap. 2 berechneten, ungefilterten Gammapektrums mit der "problemorientierten" Linienform der experimentellen Anordnung der Abb. 1 ist diejenige mathematische Transformation, welche aus einem idealen Gammaspektrum des Typs A der Abb. 2 das reale, d.h. das unter den konkreten Bedingungen dieses Experiments (vgl. Kap. 5.2) gemessene Spektrum des Typs B der Abb. 2, erzeugt. Eine erste Approximation dieser Linienform ist das Spektrum der 129.4 MeV Strahlungseinfang-Gammas der Abb. 22a (vgl. Anhang C). Es beschreibt jedoch nicht alle am Anfang von Kap. 5.2 genannten Effekte, so dass z.B. seine Peak-Halbwertsbreite kleiner ist als die der wahren problemorientierten Linienform. Fasst man die in 5.2 abgeschätzten Verschmierungen des Ladungsaustausch-Spektrums zusammen, so erhält man als Summe der Verbreiterungen für das Hochenergieende ungefähr die Breite des Impulsbandes der einlaufenden Pi-Mesonen, für das Gebiet mittlerer Gammaenergien eine konstante Verbreiterung von ca. 5.7 %. Die Impulsauflösung $\Delta p_{\pi^+}^L / p_{\pi^+}^L$ beträgt im Experiment zwischen 5.5 % und 7.5 %. Addiert man zu den 5.7 % einen Betrag, welcher nach (Glg. 26) die Verbreiterung der Auflösung des Gammaspektrometers für abnehmende Gammaenergie berücksichtigt, so ergibt sich zufällig, dass die Summe der erwähnten Verbreiterungen auch im Mittelbereich des Gammaspektrums durch die Impulsbreite des primären Pionenstrahls beschrieben werden kann. Da kein Grund dafür zu sehen ist, dass das Verhältnis Linie/Fuß(peak/tail)

deutlich energieabhängig sein sollte (zwischen 100 MeV und 400 MeV), kann die Verschmierung des Ladungsaustausch-Gammaspektrums in seiner oberen Hälfte durch eine Antwortfunktion konstanter, von der Gammaenergie unabhängiger Form nachvollzogen werden. In der oberen Hälfte des Ladungsaustausch-Gammaspektrums wird die Gültigkeit dieser Überlegung auch nicht durch den Einfluss der bestrahlten Innenflächen des Bleikollimators in Frage gestellt. Nun wird vorausgesetzt, dass die Impulsverteilungen der Pionen und Elektronen des Primärstrahls die gleiche Form besitzen. Weiter ist für hochenergetische Elektronen die Impulsverteilung und Energieverteilung die gleiche.

Fordert man für die Bremsstrahlung von 300 MeV-Elektronen am Target-Wasserstoff

a. $\mathcal{N}_{\text{ey}} = 0^\circ$, d.h. das Gamma wird exakt in Vorwärtsrichtung emittiert

b. $\mathcal{N}_{\text{ee}}^{\text{L}} > 14^\circ$, d.h. das auslaufende Elektron trifft den Vetoähler A_1 nicht,

dann folgt aus kinematischen Abschätzungen (und aus der Propagatortheorie), dass in der Näherung

$$E_\gamma = E_e - E_e' \quad (40)$$

für die den auslaufenden Elektronen verbleibende Energie $E(\mathcal{N}_{\text{ee}})$ gilt:

$$E_e(14^\circ) - E_e(180^\circ) \ll \Delta E_{\text{Primärstrahl}} \quad (41)$$

d.h. die Energiebreite der nach vorn auslaufenden Bremsstrahlungsgammas ist durch die Energiebreite des primären Elektronenstrahls bestimmt. Dann sind aber die Energieverteilungen von Bremsstrahlungsgammas und Primärelektronen praktisch gleich.

Solche Bremsstrahlungsspektren erhält man, wenn man parallel zum Vorgehen in 5.1.5 für Ladungsaustausch auch für Bremsstrahlung die Leertargetmatrix (Abb. 16d) von der Volltargetmatrix (Abb. 16b) elementweise subtrahiert, nachdem sie

auf gleiche Zahl von Primärteilchen normiert worden war. Nur 12 % der mit vollem Target registrierten Bremsstrahlung stammt von Reaktionen mit dem Target-Wasserstoff her. Man erhält eine Differenzmatrix vom Typ der Abb. 18a. Die Ineffizienz des Zählers A_1 verursacht eine kleine Beimischung von Bremsstrahlung der Form der Abb. 14. Dafür, dass die Gammalinienform der Apparatur dieses Niederenergieverhalten zeigen sollte, gibt es keinen Grund. Zur Korrektur schneidet man in der subtrahierten Bremsstrahlungsmatrix unterhalb von 40 MeV ab und gleicht die statistischen Schwankungen des flachen Mittelstücks aus; nach der Extrapolation des jetzt konstant hohen Schwanzes auf Energien unterhalb 40 MeV erhält man für $E_{\text{Elektron}} = 299$ MeV das Spektrum der Abb. 18b.

Sein Peak besitzt eine kleine Schulter bei etwa 271 MeV. Es handelt sich um einen "Überschwinger", wie er in der Regel entsteht bei der Subtraktion von Peaks ungleicher Form oder Lage. Der Peak der Leertargetmessung ist nämlich zu tieferen Energien hin ausgedehnt im Vergleich zur Volltargetmessung, denn für Bremsstrahlung an der Materie im Strahlweg, welche weiter vom Vetozyhler A_1 entfernt ist als der Targetwasserstoff, gilt nur das schwächere Auswahlkriterium $J_{ee} > J_{\text{Grenz}}$ mit $J_{\text{Grenz}} < 14^\circ$. Der Energieverlust der auslaufenden Elektronen im Targetwasserstoff und die Minderung des elektronischen Verstärkungsfaktors, welche beim Übergang von Messungen mit vollem zu Messungen mit leerem Target wegen der Verringerung der Strombelastung des Photovervielfachers auftritt, bedingen weitere Veränderungen an den Peaks. Für die vorliegenden Daten ist eine Separation der drei Beiträge nicht möglich.

Dennoch ist das Spektrum der Abb. 18b die beste Approximation an eine Fiktion, in welcher man sich die vorher diskutierten Verschmierungen des Ladungsaustausch-Gammaspektrums in einer "effektiven Linienform" enthalten denkt, denn

- a. erfüllt seine Amplitudenverteilung die in Kap. 5.2 diskutierten Postulate

- b. ist sie mit Gammas der richtigen Energie gemessen
- c. gehen, da der Bremsstrahlungskegel weiter geöffnet ist als der Bleikollimator, eventuell in 5.2.5 unberücksichtigt gebliebene Einflüsse der bestrahlten Kollimatorflächen mit ein
- d. enthält das Bremsstrahlungs-Gammaspektrum möglicherweise mangelhaft kompensierte Verstärkungsschwankungen in gleicher Weise wie das gleichzeitig gemessene Ladungsaustausch-Spektrum. So entsteht eine erwünschte Rückkopplung bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten.

Da bei allen hier vorgenommenen Messungen der Linienform des Gammaspektrometers, sei es mit Elektronen oder Gammas, stets die Elektronenkontamination des Primärstrahls ausgenutzt wird, ist Beimischung von Untergrund aus Reaktionen der negativen Pionen problematisch. Bei den vorliegenden Daten hängt das peak/tail - Verhältnis nicht in systematischer Weise von Strahlenenergie und Elektronenkontamination ab. Messfehler können nur ein zu kleines peak/tail - Verhältnis erzeugen. Deswegen wird in der Auswertung einheitlich eine Linienform verwendet, welche das grösste gemessene peak/tail - Verhältnis besitzt.

5.3 Berechnung von Wirkungsquerschnitten

Differentielle Wirkungsquerschnitte für Pion-Proton-Ladungsaustausch werden aus den vorliegenden Daten nach der folgenden Formel berechnet:

$$\frac{d\sigma_{\pi p}^{\text{LAX}}(\beta_s)}{d\Omega_{\pi}^s} = \underbrace{\frac{\gamma_s (1 - \beta_s) \rho_{\pi p}^s}{N_{\pi} - d_T (1 - \epsilon_c) \Omega_{\pi}^L \epsilon_{\pi}}}_{=: P_{\text{OEX}}} \cdot \frac{d\left(\frac{N_{\pi}}{2(1 - \frac{R_0}{2})}\right)}{dE_{\pi}^L} \quad (42)$$

wobei:

$$\begin{aligned} \beta_{s,c} &= \text{Geschwindigkeit des } (\pi p)\text{-Schwerpunktsystems} \\ \gamma_s &= 1/\sqrt{1 - \beta_s^2} \end{aligned}$$

- $p_{\pi^0}^S$ = Impuls des neutralen Pi-Mesons im Schwerpunktsystem
 N_{π^-} = Zahl der primären, negativen Pi-Mesonen
 d_T = Flächendichte des Targetwasserstoffs
 ϵ_c = Konversionswahrscheinlichkeit für hochenergetische Gammas in der Materie zwischen Target und Eintrittsebene des Veto Zählers A_3
 Ω_γ^L = Raumwinkelakzeptanz des Gammaspektrometers im Laborsystem
 ϵ_γ = Nachweiswahrscheinlichkeit des Gammaspektrometers für hochenergetische Gammaquanten
 $\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma^L}$ = Zahl der registrierten Ladungsaustausch-Gammas pro Energie-Intervall an der Stelle $E_\gamma^L = E_\gamma^L(\nu_{\pi^0}^S)$
 R_D = $(1.17 \pm 0.05) \%$ nach ^{/8/}, Zerfallsrate der neutralen Pi-Mesonen in $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$

Das Produkt $P_K = \gamma_S (1 - \beta_S) p_{\pi^0}^S$, erzeugt während der Transformation $\nu_{\pi^0}^S \rightarrow E_\gamma^L$ und bei der Raumwinkelintegration über Ω_γ^L (vgl. Anhang A), wird berechnet aus dem Laborimpuls der negativen Pi-Mesonen $p_{\pi^-}^L$, welcher seinerseits aus einer Messung ihrer Reichweite in Kupfer bestimmt wurde. Zahlenbeispiele zeigten, dass gilt $\Delta P_K / P_K \approx 0.5 \Delta p_{\pi^-}^L / p_{\pi^-}^L$. N_{π^-} , die Zahl der insgesamt eingestrahelten negativen Pi-Mesonen, ergibt sich als Produkt der Monitorteilchenzahl $N_{C_1 C_2}$ und des Pionenanteils $\epsilon(\pi^-)$, der nach (Glg. 19) aus einer Messung der Strahlzusammensetzung gewonnen wurde. Die eingesetzten Teilchenraten wurden auf zufällige Koinzidenzen und Totzeit der Elektronik korrigiert, Pionenverluste im Target mit Hilfe der Wirkungsquerschnitte von Carter et al. ^{/2/} abgezogen. Der gesamte relative Fehler $\Delta N_{\pi^-} / N_{\pi^-}$ bewegt sich zwischen $\pm 0.6 \%$ und $\pm 3.5 \%$. Die Bestimmung der effektiven Targetdicke wurde in Kap. 3.2 erläutert. Danach gilt $\Delta d_T / d_T = \pm 1.5 \%$.

Zwischen dem Zentrum des Wasserstofftargets und dem Veto-zähler A_3 befinden sich das halbe Target, ca. 3 m Luft und die Veto-zähler A_1 und A_2 . Mit Absorptionskoeffizienten aus Hubbell/^{31/} kann für Gammaenergien oberhalb von 100 MeV abgeschätzt werden, dass die Konversionsverluste $\epsilon_c = (3 \% \pm 0.5 \%)$ betragen.

Die räumliche Akzeptanz Ω_γ^L des Spektrometers wird berechnet nach (vgl. Kap. 5.2.5):

$$\Omega_\gamma^L = \Omega_Z + \Omega_R^{\text{eff}} \quad (43)$$

Die Grösse der Kollimatoröffnung Ω_Z kann, einen Fehler von ± 5 mm der Entfernungsmessung Target-Kollimator vorausgesetzt, auf typisch $\pm 0.3 \%$ genau berechnet werden. Setzt man einen gleich grossen Fehlerbeitrag für die Kollimatortransmission an, dann ist $\Delta\Omega_\gamma^L / \Omega_\gamma^L \approx \pm 0.5 \%$.

Für die Nachweiswahrscheinlichkeit des Gamma-Spektrometers ϵ_γ wird eingesetzt:

$$\epsilon_\gamma = 1 - W_b \quad (44)$$

wobei W_b die in Anhang C berechnete "backscatter"-Korrektur ist. Sie liegt typisch zwischen 2 % und 3 %. Eine pessimistische Schätzung ihres absoluten Fehlers ist $\Delta\epsilon_\gamma / \epsilon_\gamma = \pm 1 \%$. Die Zahl der registrierten Ladungsaustausch-Gammas ist zur Berechnung von π^0 -Wirkungsquerschnitten durch zwei zu dividieren, weil pro π^0 -Zerfall zwei Gammaquanten entstehen. Der Korrekturfaktor $(1-R_D/2)$ berücksichtigt einerseits, dass ein neutrales Pion nicht nur in zwei Gammas, sondern auch direkt in 1 Gamma + 1 Elektron-Positron - Paar zerfallen kann, und andererseits, dass die Hälfte dieser konkurrierenden Zerfälle Gammas unter vergleichbaren kinematischen Bedingungen erzeugt. Ein Fehlerbeitrag dieser Korrektur wird vernachlässigt.

dN_γ/dE_γ^L wird gewonnen aus einer Analyse der nach Kap. 5.1 verarbeiteten Ereignismenge Pion-Ereignis $\rightarrow$ Gamma (vgl. Def. 24)).

Grundsätzlich ist die Form der hochenergetischen Hälfte des zugehörigen Gammaspektrums untergrundfreier, also genauer gemessen als die der niederenergetischen. Deswegen sind differentieller Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte für die π^0 -Vorwärtsstreuung daraus vom Experimentellen her genauer bestimmbar als für die π^0 -Rückwärtsstreuung.

Das Prinzip der weiteren Auswertung dieses Spektrums ist schon in Kap. 2.3 angegeben. Die Faltung der Basisfunktionen des ungefilterten Spektrums (Kap. 2.2), das sind Polynome in $(1/E_\gamma^L)$, mit der in Kap. 5.2 beschriebenen Antwortfunktion (Abb. 18b) des Gamma-Spektrometers erzeugt eine Funktionenbasis des gemessenen Ladungsaustausch-Gammaspektrums. Da diese Faltung die Energie der "hypothetischen" Gammas vor allem nach kleineren Energien hin verlagert, akkumuliert sich die Auswirkung des systematischen Fehlers der gewählten Wahrscheinlichkeitsverteilung (Abb. 18b) mit abnehmender Energie. Das bedeutet, dass auch die Simulation des gemessenen Spektrums vom Methodischen her genauer ist, wenn man sich auf den hochenergetischen Teil des Ladungsaustausch-Spektrums beschränkt. Dann bestimmt die effektive Linienbreite die Form der Hochenergieflanke, während die gemessene Höhe am Ende dieser Flanke im wesentlichen vom "peak/tail" - Verhältnis abhängt. Die Werte dieser beiden Parameter, des peak/tail - Verhältnisses und der effektiven Linienbreite, können aber genauer aus den vorhandenen Daten abgeleitet werden als die detaillierte Form einer fiktiven Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Deswegen wird in dieser Arbeit nur derjenige Teil des Gamma-spektrums untersucht, welcher Pionen-Streuwinkeln zwischen $\vartheta_{\pi^0\pi^-}^S = 0^\circ$ und $\vartheta_{\pi^0\pi^-}^S = 30^\circ$ entspricht (vgl. Abb. 2). Die Auswertung dieses Bereiches ist ein Kompromiss, seine Ausdehnung nach grösseren Pionenstreuwinkeln würde den statistischen Fehler verkleinern und den systematischen Fehler vergrössern.

Abb. 17 zeigt das Ergebnis der Anpassung einer wie oben gesagt konstruierten Funktionenbasis an das bei $p_{\pi^-}^L = 299 \text{ MeV/c}$

gemessene Spektrum. Die statistischen Schwankungen auf dem "angepassten" Spektrum kommen daher, dass die Statistik der gemessenen Linienform nicht ausgeglichen wurde, um einen neuen systematischen Fehler zu vermeiden, welcher durch die Wahl eines willkürlichen Funktionensatzes für die Detektor-Antwortfunktion entstehen könnte. Im weiteren werden nur die von der Methode her am exaktesten bestimmten differentiellen Wirkungsquerschnitte für $\vartheta_{\pi^0}^S = 0^\circ$ angegeben und diskutiert, nicht aber Entwicklungskoeffizienten für ganze Winkelverteilungen.

Dann muss nur noch die spezielle Linearkombination

$$\sum_{n=0}^m A_n$$

(Def. vgl. Glg. 10) bestimmt werden, welche proportional zur Höhe des gemessenen Spektrums nahe der kinematischen Abschneidekante ist. Nun ist im auswertbaren Teil dieses Spektrums, d.h. dem Bereich $\vartheta_{\pi^0}^S = 0^\circ$ bis $\vartheta_{\pi^0}^S = 30^\circ$, praktisch nicht mehr Information enthalten als die Höhe des Spektrums, seine Steigung und seine Krümmung erster Ordnung im oberen Teil. Da hieraus nicht mehr als drei freie Parameter ermittelt werden können, erscheint ein Test auf kleine 1 = 2 Beimischungen nicht signifikant. Deswegen wird die Reihenentwicklung (Glg. 10) nach $m=2$ abgebrochen. Da beim Wechseln der experimentellen Bedingungen im allgemeinen Verstärkungsschwankungen der Elektronik auftraten, konnte aus Messungen, bei welchen hochenergetische Elektronen und Pionen direkt in den NaJ-Kristall (vgl. Kap.3.4.2) einfielen, lediglich die Lage der elektronischen Energie-Null bestimmt, nicht aber die gesamte Energieskala für Ladungsaustausch-Messungen kalibriert werden. Deshalb wird bei der Anpassung des berechneten Gammaspektrums an das gemessene die Energieskala solange gestreckt bzw. gedehnt, bis deren beide Hochenergieflanken auf halber Höhe zur Deckung kommen.

Die genannten vier Parameter A_0 , A_1 , A_2 und das Energie-äquivalent/Kanal des gemessenen Spektrums werden so festgelegt, dass der Vergleich der gemessenen und berechneten Spektren ein minimales Chi-Quadrat ergibt. Das in ^{/16/} beschriebene Rechenprogramm liefert für die Koeffizientensumme $A_0 + A_1 + A_2$ einen statistischen Fehler von typisch $\pm 1.5 \%$. Zusätzlich müssen Beiträge systematischer Fehler berücksichtigt werden.

Unabhängig davon, ob der Detektor exakt in Vorwärtsrichtung aufgestellt war oder nicht (vgl. Kap. 4.5 Messalternativen A und B), müssen Annahmen gemacht werden über das Verhalten der "effektiven Linienform" der Nachweisapparatur (Kap. 5.2). Vergrößert man künstlich die Halbwertsbreite dieser Verteilung (Abb. 18b) um 1 % absolut, dann erhält man einen um etwa 2 % höheren differentiellen Wirkungsquerschnitt für Ladungsaustauschstreue. Mangelhaft kompensierte Verstärkungsschwankungen beim Übergang von einer Messung mit "vollem" Target zu einer Messung mit "leerem" Target sowie Unsicherheiten bei der Subtraktion der zufälligen Ereignisse tragen zum Fehler des Peak/tail - Verhältnisses bei, welcher voll in den Fehler der Vorwärtswirkungsquerschnitte eingeht. Das beste Messergebnis (Abb. 18b) ist ein tail/peak-Verhältnis von 1 % . Insgesamt kann der Beitrag der Unsicherheit über die wahre Detektions-Antwortfunktion mit $\pm 3 \%$ abgeschätzt werden.

Mögliche Fehlerquellen bei der Interpretation der Energieskala sind Fehler der Nullbestimmung, Fehler der Kalibration und eventuelle Nichtlinearitäten. Der durch die Elektronik gegebene Nullpunkt der Energieskala wurde von Zeit zu Zeit durch Abschwächerkurven überprüft. Anhaltspunkte für ein eigenständiges Wandern des zur Energie Null gehörenden Kanals ergaben sich nicht. Der typische Fehler einer solchen Nullbestimmung durch Abschwächerextrapolation (Kap. 3.4.2) ist $\pm 1 \%$. Auch die Lage der oberen kinematischen Kante im gemessenen Spektrum wird auf etwa $\pm 1 \%$ genau bestimmt. Nichtlinearitäten der Elektronik werden in Kap. 3.4.2, solche des NaJ-Kristalls im Anhang C diskutiert und in der Auswertung vernachlässigt, weil ihr Beitrag zum systematischen Fehler der Wirkungsquerschnitte kleiner als $\pm 1 \%$ sein

sollte. Bei quadratischer Addition ist damit $\pm 1.8\%$ der Fehlerbeitrag der Unsicherheit der Energieskala zum differentiellen Wirkungsquerschnitt für Ladungsaustausch in Vorwärtsrichtung.

Bei Variation der unteren Energiegrenze (üblicherweise entsprechend $\vartheta_{\pi^0\pi^-}^S = 30^\circ$) des Auswertebereichs zwischen $\vartheta_{\pi^0\pi^-}^S = 15^\circ$ und $\vartheta_{\pi^0\pi^-}^S = 40^\circ$ schwankt der Wirkungsquerschnitt für π^0 - Vorwärtsstreuung um weniger als $\pm 1.5\%$, also nur im Rahmen des statistischen Fehlers. Nach der Behandlung der methodenunabhängigen Fehler sollen jetzt die für die Mess-Alternative A spezifischen Beiträge abgeschätzt werden. Zum systematischen Fehler der Ordinatenmessung trägt im Falle der Alternative A (4.4) im wesentlichen die Subtraktion des Bremsstrahlungs-Untergrundes bei. Wenn man annimmt, dass die Kontrollmessung 4.5 die Form dieses Untergrundes korrekt beschreibt, bleibt der Fehler der Messung der Ineffizienz des Gas-Čerenkov-Zählers zu berücksichtigen (5.1.4). Die Abschätzung der Fortpflanzung dieses Fehlers in den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung ergibt, dass pro 10 % Elektronenanteil im einlaufenden Strahl ein Fehlerbeitrag von $\pm 0.6\%$ berücksichtigt werden muss. Ausserdem trägt bei hoher Elektronenkontamination des Primärstrahls, ergo bei hohem Bremsstrahlungsuntergrund, die Subtraktion von Ereignissen aus zufälligen Koinzidenzen (vgl. Kap. 5.1.3) zum relativen Fehler des Differentialquotienten dN_γ/dE_γ^L bis zu $\pm 3\%$ bei. Dafür können hier Verstärkungsschwankungen der Elektronik gut kompensiert (Kap. 5.1.1) und ihre Auswirkungen vernachlässigt werden. Im Fall der Mess-Alternative B sind die Einzelraten des NaJ-Kristalls und alle Untergrundreaktionen so schwach, dass Fehler der Untergrundsubtraktion hier vernachlässigt werden. Für Verstärkungsschwankungen werden typische Fehlerbeiträge von $\pm 2.5\%$ angesetzt.

Besonders muss im Falle der Alternative B berücksichtigt werden, dass eine eindeutige Zuordnung (6) zwischen dem Streuwinkel des neutralen Pions und der Energie der zu

registrierenden Zerfallsgammas im Laborsystem nicht besteht. Die Beschreibung (11) des Zerfallsspektrums gilt aber nicht nur für den Fall, wo Target und Detektor als punktförmig angenommen werden müssen, sondern allgemein für einen zylindersymmetrischen, auf die Achse des einlaufenden Strahls zentrierten Detektor endlicher Akzeptanz. Nun kann durch Subtraktion zweier nach (11) berechneter Spektren auch die Spektrumsform für einen zentralsymmetrischen, ringförmigen Detektor, welcher die in eine Ringzone emittierten Gammas nachweist, analytisch berechnet werden. Im nächsten Schritt kann die Spektrumsform für nicht zentralsymmetrische Detektoren zusammengesetzt werden aus Spektren infinitesimaler, ringzonenförmiger Detektoren. Rechnungen und Experiment zeigen aber, dass nach der Faltung mit einer Detektor-Liniensform die Ladungsaustauschspektren für $\theta_{NaJ} = 6.4^\circ$ und $\theta_{NaJ} = 12^\circ$ von praktisch gleicher Form sind; lediglich eine in der Glg. 42 nicht enthaltene Korrektur der räumlichen Akzeptanz muss durchgeführt werden, da ursprünglich (vgl. Anhang B) über Ω_γ im Schwerpunktsystem integriert wurde. Nun war in zwei Fällen, bei Einschussenergien entsprechend $p_{\pi^-}^L = 300 \text{ MeV/c}$ und $p_{\pi^-}^L = 360 \text{ MeV/c}$, mit beiden Methoden gemessen worden. Obwohl die in der Auswertung angepassten Ladungsaustausch-Gammaspektren nach Methode A berechnet wurden, stimmen die bei benachbarten Energien mit verschiedenen Methoden gemessenen Wirkungsquerschnitte im Rahmen des experimentellen Fehlers überein. Überdies liegt bei $p_{\pi^-}^L = 300 \text{ MeV/c}$ der mit der Methode A gemessene, bei $p_{\pi^-}^L = 360 \text{ MeV/c}$ mit B gemessene Wirkungsquerschnitt relativ höher. In diesem Sinne sind die beiden Messmethoden A und B gleichwertig, d.h. zeigen keine tendenziellen Abweichungen im Ergebnis voneinander.

5.4 Leistungsfähigkeit der Methode, Fehlerrechnung

Die Beziehung (42), nach welcher die gesuchten Wirkungsquerschnitte berechnet werden, ist von der Form

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \prod_i p_i$$

Also werden zunächst die Fehler der einzelnen Multiplikatoren p_i bestimmt. Dazu werden die in Kap. 5.3 diskutierten Beiträge nach Hultzs³⁴ in drei Klassen eingeteilt:

- zufällige Fehler (quadratisch zu addieren)
- Unsicherheiten von Korrekturen systematischer Fehler (quadratisch zu addieren)
- nicht erfasste systematische Fehler (algebraisch zu addieren)

Nachdem alle Fehlerbeiträge erst innerhalb ihrer Klasse wie angegeben addiert sind, werden die Gesamtfehler der drei Klassen algebraisch zu den Einzelfehlern Δp_i der Multiplikatoren p_i algebraisch vereinigt.

Dann werden deren relative Fehler quadratisch addiert:

$$\left(\frac{\Delta d\sigma/d\Omega}{d\sigma/d\Omega} \right)_{\text{exp}}^2 = \sum_i \left(\frac{\Delta p_i}{p_i} \right)^2$$

Die relativen Fehler der zehn berechneten Wirkungsquerschnitte liegen zwischen $\pm 6\%$ und $\pm 8\%$. Die Fehlerfortpflanzung wird in der folgenden Tabelle an drei Fällen gezeigt. Fall 1 ist die Messung bei $p_{\pi^+}^L = 246.5 \text{ MeV/c}$ - Alternative B, Fall 2 die Messung bei $p_{\pi^-}^L = 242.8 \text{ MeV/c}$ - Alternative A, Fall 3 eine optimistische Schätzung darüber, wie weit der experimentelle Fehler in einem Experiment der zweiten Generation herabgedrückt werden könnte. In allen drei betrachteten Fällen dominiert der Fehlerbeitrag aus der Bestimmung von dN_γ/dE_γ^L (vgl. Tab. 5 III). Um diesen so stark zu vermindern, wie im Fall 3 angegeben, müsste vor allem

- die Linienform des Gammaskpektrometers in der Peripherie eines Elektronenbeschleunigers genauer vermessen werden.
- Die Energieskala wäre mit Lichtdioden zu kalibrieren, und in die Elektronik müsste ein "on-line"-Verstärkungsstabilisator eingefügt werden.

Tabelle 4 : Fehlervergleichsrechnung

I. Fehler der Normalisierungsfaktoren P_{CEX}

Variablensymbol	$\Delta P_i/P_i$ in %			$(\Delta P_i/P_i)^2$ in 10^{-4}		
	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 1	Fall 2	Fall 3
P_k	0.5	1.0	0.5	0.25	1.0	0.25
d_T	1.5	1.5	1.0	2.25	2.25	1.0
$1 - \epsilon_C$	0.5	0.5	0.5	0.25	0.25	0.25
Ω_γ^L	0.6	0.6	0.5	0.36	0.36	0.25
ϵ_γ	1.0	1.0	0.3	1.0	1.0	0.09
N_{π^-}	2.6	1.0	0.5	6.76	1.0	0.25
also $\Delta P_{CEX}/P_{CEX}$	3.3	2.4	1.45	10.9	5.9	2.1

II. Fehler der Gamma-Analyse

Stichwort zur Ursache	relativer Fehlerbeitrag %			(relativer Fehlerbeitrag) ² 10^{-4}		
	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 1	Fall 2	Fall 3
Linienform	3.0	3.0	2.0	9.	9.	4.
Energieskala	1.8	1.8	0.5	3.24	3.24	0.25
Verstärkungsschwankungen	2.5	1.0	0.5	6.25	1.0	0.25
Bremsstrahlungssubtraktion	-	1.9	1.0	-	3.61	1.0
sonstige Untergrundsubtraktion	1.0	3.0	1.0	1.0	9.0	1.0
systematischer Fehler von dN_γ/dE_γ^L	4.4	5.1	2.6	19.5	25.9	6.5
statistischer Fehler von dN_γ/dE_γ^L	1.5	1.5	0.5	-	-	-
Gesamtfehler von dN_γ/dE_γ^L	5.9	6.6	3.1	34.8	43.6	9.6

III. Gesamtfehler der Wirkungsquerschnitte

$\Delta \frac{d\sigma_{CEX}}{d\Omega(0^\circ)} / \frac{d\sigma_{CEX}}{d\Omega(0^\circ)}$	6.8	7.0	3.4	45.7	49.5	11.8
--	-----	-----	-----	------	------	------

6. Diskussion der Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte

In Kap. 5 wurde gezeigt, dass aus den vorliegenden Daten differentielle Wirkungsquerschnitte für Ladungsaustausch-Vorwärtsstreuung mit einer typischen Genauigkeit von $\pm 7\%$ berechnet werden können, und abgeschätzt, dass in einem Experiment der 2. Generation eine Steigerung der Genauigkeit auf etwa $\pm 3.5\%$ möglich ist.

Diese nach (Gl.g 42) berechneten Wirkungsquerschnitte werden in Tabelle 5 angegeben:

Tabelle 5: Differentielle Wirkungsquerschnitte für Ladungsaustausch in Vorwärtsrichtung (dieses Experiment)

Nr.	$p_{\pi^+}^L$ MeV/c	Mess- Alter- native	Detektor- position χ_{NaJ}	$\frac{d\sigma^{ex}}{d\Omega_m}(0^\circ)$ mb/sr	absoluter Fehler mb/sr	relativer Fehler %
1	234.2 ± 1.0	A	0°	3.52	0.27	7.6
2	242.0 ± 2.0	B	6.4°	3.16	0.21	6.8
3	246.5 ± 2.0	A	0°	4.50	0.32	7.0
4	261.7 ± 2.0	B	6.4°	5.66	0.43	7.7
5	269.1 ± 5.0	A	0°	6.17	0.40	6.5
6	299.4 ± 4.0	A	0°	8.00	0.48	6.0
7	303.4 ± 4.0	B	6.4°	7.61	0.50	6.5
8	354.4 ± 2.0	A	0°	5.64	0.36	6.4
9a	357.8 ± 2.0	B	6.4°	5.96	0.39	6.5
9b	357.8 ± 2.0	B	12°	5.76	0.37	6.5
10	383.8 ± 1.0	B	6.4°	5.98	0.48	8.0

6.1 Vergleich der alternativen Messmethoden

Aus einem Vergleich der Resultate der Messungen 6 und 7 (vgl. Tab. 5) bei $p_{\pi^-}^L = 300 \text{ MeV/c}$ sowie 8 und 9 bei $p_{\pi^-}^L = 360 \text{ MeV/c}$ kann geschlossen werden:

1. Bei benachbarten Energien mit verschiedenen Methoden gemessene Wirkungsquerschnitte stimmen im Rahmen der experimentellen Fehler überein. Die Messmethoden A und B (vgl. Kap. 4.5) liefern also konsistente Ergebnisse, bzw. die nicht gemeinsamen Korrekturen sind richtig ausgeführt.
2. Im Mittel sind bei den vorliegenden Daten die experimentellen Fehler der Methode A gleich denen der Methode B; d.h. beide Methoden sind bis jetzt gleich leistungsfähig.
3. Wegen der sehr guten Übereinstimmung der Wirkungsquerschnitte 9a und 9b (Tab. 5), welche beide bei $p_{\pi^-}^L = 357.8 \text{ MeV/c}$ gemessen wurden, ist es gerechtfertigt, fürderhin ihren Mittelwert als experimentelles Ergebnis zu verwenden. Da der überwiegende Anteil ihrer Einzelfehler der gleiche und nicht unabhängig ist, tritt keine Fehlerverminderung ein. Also gilt

$$\text{für } p_{\pi^-}^L = 357.8 \text{ MeV/c} \quad \frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}}(0^\circ) = (5.86 \pm 0.38) \text{ mb/sr}$$

6.2 Vergleich mit älteren Messungen

In dem hier interessierenden Energiebereich sind dem Verfasser 6 Publikationen /9/ bis /13/ bekannt, in welchen über Messungen differentieller Wirkungsquerschnitte der Ladungsaustausch-Streuung berichtet wird. Eine direkte Messung für $\vartheta_{\pi^0}^S = 0$ liegt nur bei Cernigoi et al. /12/ vor. In allen anderen Fällen wurden differentielle Wirkungsquerschnitte nur für $\vartheta_{\pi^0} \gtrsim 30^\circ$ gemessen. Da die Verfasser aber immer Sätze von Entwicklungskoeffizienten A_n (analog (Glg.10))

der Winkelverteilungen angeben, kann der Wirkungsquerschnitt für $\sigma_{\pi\pi}^S = 0^\circ$ extrapoliert werden mit der Einschränkung, dass die Coulomb-Anteile dadurch nicht korrekt beschrieben werden mögen.

Die Ergebnisse solcher Extrapolationen sind in der Tabelle 6 nach steigender Energie geordnet:

Tabelle 6 : Differentielle Wirkungsquerschnitte für Ladungsaustausch in Vorwärtsrichtung (Vergleichsexp.)

Literatur Quelle	$p_{\pi^-}^L / \text{MeV}/c$	$\frac{d\sigma_{\pi\pi}^{\text{CEX}}}{d\Omega} / \text{mb}/\text{sr}$
10	228 $\pm$ 2.3	1.86 $\pm$ 0.47
9	253.7 $\pm$ 8	3.83 $\pm$ 0.33
9	276.3 $\pm$ 8	5.1 $\pm$ 0.39
12	276.3 $\pm$ 3.5	5.023 $\pm$ 0.26
13	317. $\pm$ 6	5.32 $\pm$ 0.51
9	331.4 $\pm$ 8	6.37 $\pm$ 0.64
11	342.2 $\pm$ 8	6.62 $\pm$ 0.53
11	374.4 $\pm$ 8	5.92 $\pm$ 0.44
11	406.3 $\pm$ 8	5.14 $\pm$ 0.34

Abb. 19 zeigt diese Ergebnisse zusammen mit den in diesem Experiment erhaltenen Wirkungsquerschnitten. Zusätzlich sind vier Kurvenverläufe eingetragen, welche aus theoretischen Analysen (vgl. Einleitung) gewonnen wurden. Qualitativ kann man sagen, dass auf der Anstiegsflanke der P_{33} - Resonanz die Wirkungsquerschnitte dieses Experiments tendenziell höher liegen als diejenigen der älteren Experimente, auf der höherenergetischen Flanke dagegen etwas tiefer. Die Anregungskurve aus den hier gemessenen Wirkungsquerschnitten weist im Gegensatz zu der früheren ein stärker ausgeprägtes Resonanzverhalten insofern auf, als die Wirkungsquerschnitte bei der Peakenergie erheblich höher liegen, als eine Interpolation älterer Ladungsaustausch-Messungen hatte erwarten lassen.

6.3 Vergleich mit theoretischen Analysen

Pion-Nukleon-Vorwärts-Streuamplituden sind von Höhler et al.^{/4/}, Ferrari^{/6/} und Carter et al.^{/7/} tabelliert. In^{/5/} geben Lovelace et al. die Ergebnisse einer Streuphasenanalyse.

Man erhält die in Abb. 19 dargestellten Kurvenverläufe, wenn man die aus^{/4/-/7/} zunächst für diskrete Energien berechneten Wirkungsquerschnitte graphisch interpoliert. Aus diesen Interpolationen stammen die in der folgenden Tabelle aufgeführten "theoretischen" Wirkungsquerschnitte:

Tabelle 7: Differentielle Wirkungsquerschnitte in Vorwärtsrichtung - theoretische Analysen

p_{π}^L MeV/c	"theoretische" Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma}{d\Omega}^{CEX}(0^\circ) / \text{mb/sr}$			
	Carter et al. ^{/7/}	Ferrari ^{/6/}	Höhler et al. ^{/4/}	Lovelace et al. ^{/5/}
234.2	3.36 ± 0.06	2.88 ± 0.07	2.92	2.90
242.0	4.10 ± 0.07	3.54 ± 0.07	3.62	3.60
246.5	4.56 ± 0.07	4.00 ± 0.08	4.06	4.04
261.7	6.14 ± 0.10	5.50 ± 0.08	5.50	5.50
269.1	6.66 ± 0.10	6.14 ± 0.10	6.14	6.06
299.4	7.68 ± 0.12	7.56 ± 0.12	7.51	7.11
303.4	7.69 ± 0.12	7.60 ± 0.12	7.51	7.18
354.4	6.24 ± 0.09	6.50 ± 0.12	6.50	6.42
357.8	6.14 ± 0.09	6.36 ± 0.12	6.36	6.26
383.8	5.48 ± 0.09	5.72 ± 0.15	5.63	5.48

Während Höhler et al.^{/4/} und Lovelace et al.^{/5/} keine Information über Fehler liefern, gibt Ferrari^{/6/} getrennt systematische und statistische Fehler an. Carter et al.^{/7/} schätzen den absoluten Fehler von $\text{Re } F^-$ auf $10^{-2}/m_{\pi^-}$; mangels Angabe werden hier die Fehler der Imaginärteile aus^{/6/} übernommen. Die in Tabelle 7 angeführten Fehler sind unter der Annahme errechnet, dass $\text{Im } F^-$ und $\text{Re } F^-$ unabhängig sind. Wenn man Fehler aus der graphischen Interpolation vernachlässigt, sind die aus Ferrari^{/6/} berechneten Wirkungsquerschnitte mit relativen Fehlern zwischen $\pm 1.5\%$ und $\pm 2.6\%$ behaftet, diejenigen aus Carter et al.^{/7/} mit solchen zwischen $\pm 1.5\%$ und $\pm 1.8\%$. In jedem Fall liegen die beanspruchten Fehlerbandbreiten der theoretischen Wirkungsquerschnitte weitaus enger als sie für Ladungsaustausch-Experimente nach heute bekannten Methoden vorstellbar sind.

Qualitativ sieht man in Abb. 19, dass die in diesem Experiment gefundenen Wirkungsquerschnitte im Gegensatz zu dem Ensemble aus anderen Experimenten die theoretisch erwartete Form der Anregungskurve gut reproduzieren.

Zum quantitativen Vergleich dieses Experiments mit den zitierten theoretischen Arbeiten werden die folgenden Grössen gebildet:

a.

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{\left\{ \left(\frac{d\sigma}{dQ} \right)_{\text{exp}} - \left(\frac{d\sigma}{dQ} \right)_{\text{th}} \right\}^2}{\left(\Delta \frac{d\sigma}{dQ} \right)_{\text{exp}}^2} \quad (45)$$

mit n = Anzahl der gemessenen Wirkungsquerschnitte S , die Summe über die Quotienten aus quadratischen Abweichungen zwischen Experiment und Theorie - und dem quadrierten experimentellen Fehler, kann als χ^2 interpretiert werden.

b.

$$\sigma_V = \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{d\sigma}{dQ} \right)_{\text{th}} - \left(\frac{d\sigma}{dQ} \right)_{\text{exp}}}{\left(\frac{d\sigma}{dQ} \right)_{\text{exp}}} \quad (46)$$

σ_V ist ein Maß für die Tendenz der Differenzen zwischen Experiment und Theorie, da Vorzeichen bei der Quotientenbildung mitgenommen werden.

Tabelle 8 enthält S und δ_v , berechnet aus dem Vergleich der als Resultat dieser Arbeit gegebenen zehn Wirkungsquerschnitte mit verschiedenen theoretischen Werten.

Tabelle 8: Kennziffern für die Übereinstimmung von Theorie und Experiment

Autor	Höhler et al./ ^{4/}	Lovelace et al./ ^{5/}	Ferrari/ ^{6/}	Carter et al./ ^{7/}
S	20.6	23.7	19.9	27.9
v	- 1.1 %	- 3.2 %	- 1.4 %	+ 3.7 %

Das bedeutet:

- Interpretiert man die Grösse S als χ^2 , dann sind die resultierenden statistischen Sicherheiten (confidence levels) kleiner als 3 %.
- Im Mittel liegen die "theoretischen" Wirkungsquerschnitte von Carter et al./^{7/} um die Hälfte des typischen experimentellen Fehlers höher als das vorliegende Experiment, diejenigen von Lovelace et al./^{5/} um einen vergleichbaren Betrag tiefer. Im Rahmen des Gesamtfehlers von Theorie und Experiment stimmen die Ergebnisse dieses Experiments mit denen der Analysen von Höhler et al./^{4/} und Ferrari/^{6/} in ihrer Tendenz überein.

Dafür, dass das χ^2 in allen Fällen grösser als erwartet ausfällt, kommen als Gründe in Frage:

- Unsicherheiten in der Bestimmung der Strahlenergie wurden nicht im experimentellen Fehler berücksichtigt. Sie könnten aber auf der Anstiegsflanke der P_{33} -Resonanz zum Fehler 70 $\mu\text{b}/\text{sr}/\text{MeV}/\text{c}$ beitragen ("comparison error").
- Aus den zugänglichen theoretischen Daten konnten Wirkungsquerschnitte nur bei diskreten Energien berechnet werden. Auf die Energien dieses Experiments wurde

deshalb zum Vergleich graphisch interpoliert. Die Willkür in dieser Interpolation erzeugt Fehlerbeiträge, welche hier vernachlässigt wurden, aber in einer späteren Vergleichsanalyse durch Theoretiker vermieden werden könnten.

3. Die Datensätze der Theoretiker basieren generell auf experimenteller Information. Nach einer Einbeziehung der hier vorgelegten Wirkungsquerschnitte wird das Vergleichs- χ^2 niedriger ausfallen.
4. Bei dem Vergleich der experimentellen Daten mit Carter et al. /7/ trägt ein einziger Wirkungsquerschnitt, gemessen bei $p_{\pi^-}^L = 242 \text{ MeV/c}$, allein 20.0 zu S bei. Wenn man aus dieser Diskrepanz auf einen zufälligen Fehler schliesse und in der Folge diesen Wirkungsquerschnitt weglassen, ergäben sich für den Vergleich mit Carter $S = 7.9$ bei $n = 9$, $\delta_V = -1.4 \%$ mit einer statistischen Sicherheit von etwa 60 %. Obwohl die Analyse der experimentellen Daten wiederholt und überprüft wurde, ergaben sich keine Hinweise, welche die Unterdrückung dieses einzelnen Messergebnisses rechtfertigen könnten.
Eine ähnlich sorgfältige Analyse war während oder unmittelbar nach der Datenaufnahme nicht möglich, weil das Physiker-Team /3/, in welchem der Verfasser mitarbeitete, verschiedene Experimente unter grossem Zeitdruck zu Ende führen musste, da wegen der geplanten Generalüberholung des Beschleunigers (SC - improvement program) seine Stilllegung bevorstand, welche noch heute anhält. Eine zusätzliche Datenaufnahme war später nicht mehr möglich. Ein zufälliger Fehler des bei $p_{\pi^-}^L = 242 \text{ MeV/c}$ aufgenommenen Datensatzes kann nicht ausgeschlossen werden.
5. Auch die Fehler der "theoretischen" Wirkungsquerschnitte könnten grösser als vermutet sein. Die von Ferrari /6/ und Carter et al. /7/ angegebenen Fehler sind jedenfalls klein gegen die Diskrepanz der aus den Streuamplituden berechneten Wirkungsquerschnitte.

6.4 Neubestimmung der Realteile von F^-

In Umkehrung des Vorgehens in Kap. 6.3, wo die theoretischen Daten auf Wirkungsquerschnitte umgerechnet und dann mit dem Experiment verglichen wurden, kann man die hier gemessenen Wirkungsquerschnitte benutzen, um den in der Einleitung erklärten Realteil der Pion-Nukleon-Streuamplitude zu bestimmen.

Dazu löst man (Glg. 1) auf nach $\text{Re } F^-$:

$$(\text{Re } F^-)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}}(q_{\pi^0}=0) \right)_{\text{exp}} - (\text{Im } F^-)^2 \quad (47)$$

Diese Gleichung erlaubt nur eine Überprüfung des Absolutbetrages von $\text{Re } F^-$. Im Einzelnen sind die Imaginärteile im F^- seit den Messungen von Carter et al.^{/2/} bis auf 1 % genau bekannt. Sie werden hier direkt von Ferrari^{/6/} übernommen.

Da Imaginärteile und die Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte unabhängig gemessen wurden, gilt für die Fehler der nach (Glg. 47) berechneten Realteile

$$(\Delta \text{Re } F^-)^2 = \frac{\frac{1}{4} \left(\frac{\Delta d\sigma/d\Omega}{d\sigma/d\Omega} \right)_{\text{exp}}^2 \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{exp}}^2 + 4 (\text{Im } F^-)^4 \left(\frac{\Delta \text{Im } F^-}{\text{Im } F^-} \right)^2}{4 (\text{Re } F^-)^2} \quad (48)$$

Da aber $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \geq 2 (\text{Im } F^-)^2$ und $\frac{1}{4} \left(\frac{\Delta d\sigma/d\Omega}{d\sigma/d\Omega} \right)_{\text{exp}}^2 \gg \left(\frac{\Delta \text{Im } F^-}{\text{Im } F^-} \right)^2$ gilt, kann der 2. Term in dieser Gleichung vernachlässigt werden; setzt man $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{exp}} \approx \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{th}}$, dann gilt:

$$\Delta(\text{Re } F^-) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\Delta \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}} \right)_{\text{exp}} \cdot \left(\frac{(\text{Re } F^-)^2 + (\text{Im } F^-)^2}{\frac{1}{2} |\text{Re } F^-|} \right)_{\text{th}} \quad (49)$$

Damit errechnen sich die Angaben der Tabelle 9. Diese sind ausserdem in Abb. 20 gegen den Impuls der einlaufenden Pionen aufgetragen und werden in Abb. 21 in Form

* Diese Abbildung wurde von Höhler^{/45/} übernommen und die nach (Glg. 47) und (Glg. 49) berechneten "experimentellen" Realteile gegen die "theoretischen" Imaginärteile aufgetragen. Es gilt $F^- = C^-$

eines Argand - Diagramms dargestellt.

Für den Vergleich zwischen Theorie und Experiment gelten grundsätzlich die Ausführungen des Kap. 6.3. Zusätzlich werden jetzt die Diskrepanzen durch das Überwälzen aller Differenzen auf den Realteil von F^- allein noch verschärft.

Tabelle 9: Neubestimmung der Realteile von F^-

p_{π^-} MeV/c	Daten aus Ferrari ^{/6/}		experimenteller Realteil	
	Realteil	Imaginärteil	Realteil	Fehler des
	$\text{Re } F^-$ alle in $m_{\pi^-}^{-1}$	$\text{Im } F^-$	$\text{Re } F^-$	Realteils $\text{Re } F^-$
234.2	- 0.385	- 0.565	- 0.502	$\pm$ 0.018
242.0	- 0.365	- 0.670	- 0.264	$\pm$ 0.037
246.5	- 0.353	- 0.735	- 0.456	$\pm$ 0.033
261.7	- 0.225	- 0.935	- 0.278	$\pm$ 0.064
269.1	- 0.115	- 1.005	- 0.137	$\pm$ 0.158
299.4	+ 0.349	- 1.095	+ 0.446	$\pm$ 0.057
303.4	+ 0.395	- 1.080	+ 0.395	$\pm$ 0.038
354.4	+ 0.81	- 0.74	+ 0.705	$\pm$ 0.024
357.8	+ 0.823	- 0.715	+ 0.764	$\pm$ 0.023
383.8	+ 0.885	- 0.555	+ 0.913	$\pm$ 0.025

Ausserdem defavorisiert das Fehlerfortpflanzungsgesetz (Glg. 49) stark die Signifikanz von Messungen dort, wo der Realteil von F^- klein wird.

Insgesamt folgt:

1. Aus den Daten dieses Experiments kann auf eine Verletzung des optischen Theorems und der Ladungsunabhängigkeit der Pion-Nukleon-Wechselwirkung nicht geschlossen werden.
2. Bei einer Wiederholung des Experiments kann mit einer relativen Genauigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts in Vorwärtsrichtung von $\pm 4 \%$ gerechnet werden. Grundsätzlich sollte bei tieferen Energien gemessen werden (und hinreichend entfernt von Nullstellen des Realteils von F^-), wenn über eine Neubestimmung von $\text{Re } F^-$ die Pion-Nukleon-Kopplungskonstante f genauer ermittelt werden soll.

Anhang

Anhang A: Transformation der Partialwellen in die Laborenergie-Darstellung ---

In diesem Teil des Anhangs wird eine in Kapitel 2.2.2 aufgestellte Behauptung bewiesen.

Beh: Der Ansatz

$$\frac{d\sigma_{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0}} = \sum_{n=0}^m A_n \cos^n \theta_{\pi^0}^S \quad (9')$$

für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der
Ladungsaustauschstreuung impliziert die folgende Form
des Gammaspektrums aus dem Zerfall des neutralen
PI-Mesons:

$$\frac{dN_Y}{dE_Y} \propto \sum_{n=0}^m \sum_{k=0}^n B_{kn} A_n \left(\frac{1}{E_Y}\right)^k \quad (10')$$

Bew: 1. Bezeichnungen

L = Laborsystem

S = Schwerpunktsystem

...⁰ = Ruhesystem des neutralen PI-Mesons

2. Benutzte Formeln:

a. aus der relativistischen Invarianz des Phasen-
raumelements $E_Y dE_Y d\Omega_Y$ kann nach kurzen Umrechnungen
gefolgert werden:

$$d\Omega_{Y\pi^0}^0 = \left(\frac{1}{\gamma_{\pi^0}^S (1 - \beta_{\pi^0}^S \beta_Y^S)} \right)^2 d\Omega_{Y\pi^0}^S \quad (A1)$$

b. der Raumwinkel des neutralen PI-Mesons ist unab-
hängig von der Bezugsachse:

$$\int \dots d\Omega_{\pi^0\pi^0}^S = \int \dots d\Omega_{\pi^0\pi^0}^S \quad (A2)$$

c. die Integration über $d\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S$ kann durch eine Integration über dE_Y^S substituiert werden:

$$\int \dots d\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S = \int \dots \delta(E_Y^S - \frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S (1 - \beta_{\pi^0}^S \beta_{\gamma}^S)}) dE_Y^S d\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S \quad (A3)$$

Die Gleichheit der Subtrahenden innerhalb der δ -Distribution folgt aus der Lorentztransformation. Benützt man die Eigenschaft

$$\delta(f(x)) = \sum_n \frac{\delta(x-x_n)}{|\frac{\partial f}{\partial x}(x_n)|} \quad \text{wobei} \quad \begin{cases} f(x_n) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x}(x_n) \neq 0 \end{cases} \quad (A4)$$

der δ -Distribution (aus Messiah^{/35/}), so kann mit

$$\left| \frac{\partial f}{\partial \cos\theta_{\pi^0\gamma}^S} \right| = \frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S} \frac{\beta_{\pi^0}^S}{(1 - \beta_{\pi^0}^S \beta_{\gamma}^S)^2} \quad (A5)$$

die Integration über $d\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S$ auf der rechten Seite von (A3) ausgeführt werden; man erhält:

$$\int \dots d\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S = \int \dots \frac{2}{p_{\pi^0}} \{ \gamma_{\pi^0}^S (1 - \beta_{\pi^0}^S \beta_{\gamma}^S) \}^2 dE_Y^S \quad (A6)$$

d. Zerlegung des $\cos\theta_{\pi^0\pi}^S$

$$\cos\theta_{\pi^0\pi}^S = \cos\theta_{\pi^0\gamma}^S \cos\theta_{\gamma\pi}^S + \sin\theta_{\pi^0\gamma}^S \sin\theta_{\gamma\pi}^S \cos\phi_{\pi^0\gamma}^S \quad (A7)$$

e. zwei Integrale

$$\int_0^{2\pi} \cos^n \phi d\phi = \begin{cases} \frac{(1; 2; \frac{n}{2})\pi}{2^{(n/2-1)} (n/2)!} & n = 2, 4, 6, \dots \\ 0 & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (A8)$$

$$n = 1, 3, 5, \dots \quad (A9)$$

f. aus der Lorentztransformation

$$\cos \theta_{\pi\gamma}^S = \frac{1}{\beta_{\pi^0}^S} \left(1 - \frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S} \frac{1}{E_{\gamma}^S} \right) \quad (\text{A10})$$

$$= \frac{1}{\beta_{\pi^0}^S} \left(1 - \frac{m_{\pi^0} \gamma_S (1 + \beta_S \beta_Y^{\rightarrow S})}{2\gamma_{\pi^0}^S} \frac{1}{E_Y^L} \right) \quad (\text{A10'})$$

$$\text{und: } \frac{dE_Y^S}{E_Y^S} = \frac{dE_Y^L}{E_Y^L} \quad (\text{A11})$$

3. Transformation

die Gammaverteilung $I(E_Y)$ wird beschrieben durch:

$$I(E_Y) = \frac{1}{8\pi} \int d\Omega_{\gamma\pi}^0 \int d\Omega_{\pi\pi^-}^S \left\{ \frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0\pi^-}^S} \right\} \quad (\text{A12})$$

dabei ist $\Omega_{\gamma\pi}^0$ = Raumwinkel des Zerfallsgammas im Ruhssystem des π^0

$\Omega_{\pi^0\pi^-}^S$ = Raumwinkel des π^0 im (πp) -Schwerpunktsystem

$\frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0\pi^-}^S}$ = differentieller Wirkungsquerschnitt für Ladungsaustausch im (πp) -Schwerpunktsystem

durch sukzessives Einsetzen von (A1), (A2) und (A3) erhält man nach einigem Rechnen:

$$I(E_Y) = \frac{1}{4\pi p_{\pi^0}^S} \int d\phi_{\pi^0\gamma}^S \int d\Omega_Y^S \int dE_Y^S \left\{ \frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0\pi^-}^S} \right\} \quad (\text{A13})$$

Benutzt man die spezielle Partialwellenzerlegung (9')

$$\frac{d\sigma^{\text{CEX}}}{d\Omega_{\pi^0\pi^-}^S} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos^n \theta_{\pi^0\pi^-}^S \quad (\text{A14})$$

so ergibt sich:

$$I(E_Y) = \frac{1}{4\pi p_{\pi^0}^S} \sum_{n=0}^m A_n^* I_n \quad (A15)$$

mit

$$I_n = \iint \{\cos\theta_{\pi^0\pi^-}^S\}^n d\phi_{\pi^0\gamma}^S d\Omega_Y^S dE_Y^S \quad (A16)$$

Einsetzen von (A7):

$$I_n = \iint \{\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S \cos\theta_{\gamma\pi^-}^S + \sin\theta_{\pi^0\gamma}^S \sin\theta_{\gamma\pi^-}^S \cos\phi_{\pi^0\gamma}^S\}^n * \\ * d\phi_{\pi^0\gamma}^S d\Omega_Y^S dE_Y^S \quad (A17)$$

Setzt man mit der Integration über $d\phi_{\pi^0\gamma}^S$ fort, so folgt aus (A9), daß alle Terme ungerade in $\cos\phi_{\pi^0\gamma}^S$ und damit auch in $\sin\theta_{\pi^0\gamma}^S$ herausfallen. Dann kann man schreiben

$$I_n = \int \sum_{k=0}^n f_{kl}(\theta_{\gamma\pi^-}^S) * \{\cos\theta_{\pi^0\gamma}^S\}^k d\Omega_Y^S dE_Y^S \quad (A18)$$

über $k = \text{gerade}$

Einsetzen von (A10) und (A11):

$$I_n = \sum_{k=0}^n \int f_{kl}(\theta_{\gamma\pi^-}^S) * \left\{ \frac{1}{\beta_{\pi^0}^S} \left[1 - \frac{m_{\pi^0}\gamma_S(1+\beta_S\beta_Y^S)}{2\gamma_{\pi^0}^S} \right] \frac{1}{E_Y^L} \right\}^k * \\ * \frac{1}{\gamma_S(1+\beta_S\beta_Y^S)} dE_Y^L d\Omega_Y^S \quad (A19)$$

das Integral über $d\Omega_Y^S$ wird nun über die Akzeptanz des Gammaskpektrometers ausgeführt. Danach müssen nur noch alle Faktoren gesammelt und die Terme nach Potenzen von $(1/E_Y^L)$ geordnet werden, um die Form der Gleichung (10') zu erhalten:

$$I(E_Y^L) = \sum_{n=0}^m \sum_{k=0}^n B_{kn} * A_n * (1/E_Y^L)^k$$

mit

$$B_{kn} = \frac{1}{4\pi p_{\pi^0}} * \text{Koeffizient von } \left\{\frac{1}{E^L}\right\}^k \text{ in } I_n$$

q.e.d.

Anhang B: Analytische Integration der Transformationsmatrix

In diesem Abschnitt werden die Ausdrücke I_n für $n \leq 3$ der Gleichung (A19) aus Anhang A aufintegriert, umgeordnet und so normiert daß sie als die Matrix B_{kn} der Gleichung (10') interpretiert werden können.

0. Abkürzungen

$$C_n = \int_{\Omega_Y} \cos^n \theta_{Y\pi^-} d\cos \theta_{Y\pi^-} \quad (A20)$$

$$V_n = \int_{\Omega_Y} \frac{x^n}{1+\beta x} dx \quad (A21)$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{x^{n-k+1} (-1)^{k+1}}{(n-k+1)\beta^k} + (-1)^n \frac{\ln(1+\beta x)}{\beta^{n+1}} \quad (A22)$$

1. Berechnung von I_0

$$I_0 = \int d\phi_{\pi^+} dE_Y^S d\Omega_Y^S \quad (A23)$$

$$= (2\pi)^2 \int \frac{-d \cos \theta_{Y\pi^-}^S}{\gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{Y\pi^-}^S)} dE_Y^L \quad (A24)$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{\gamma_S} * V_0 * dE_Y^L \quad (A25)$$

mit den definierten Abkürzungen ist

$$B_{00} = \frac{\pi}{\gamma_S p_{\pi^0}} * V_0 \quad (A26)$$

2. Berechnung von I_1

$$I_1 = \int \{ \cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S + \sin \theta_{\pi^0 \gamma}^S \sin \theta_{\gamma \pi^-}^S - \cos \phi_{\pi \gamma}^S \} d\phi_{\pi^0 \gamma}^S dE_{\gamma}^S d\Omega_{\gamma}^S \quad (A27)$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{\beta_{\pi^0}^S} \int \left(\frac{\cos \theta_{\gamma \pi^-}^S}{\gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S)} - \frac{m_{\pi^0} \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S}{2\gamma_{\pi^0}^S} \frac{1}{E_{\gamma}^L} \right) dE_{\gamma}^L d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S \quad (A28)$$

$$= + \frac{(2\pi)^2}{\beta_{\pi^0}^S} dE_{\gamma}^L * \left\{ + \frac{V_1}{\gamma_S} + \left(\frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S} * C_1 \right) / E_{\gamma}^L \right\} \quad (A29)$$

damit wird

$$B_{01} = \frac{\pi}{\beta_{\pi^0}^S \gamma_S p_{\pi^0}^S} * V_1 \quad (A30)$$

$$B_{11} = \frac{\pi (m_{\pi^0})^2}{2 (p_{\pi^0}^S)^2} * C_1 \quad (A31)$$

3. Berechnung von I_2

$$I_2 = \int \{ \cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S + \sin \theta_{\pi^0 \gamma}^S \sin \theta_{\gamma \pi^-}^S - \cos \phi_{\pi \gamma}^S \}^2 d\phi_{\pi^0 \gamma}^S dE_{\gamma}^S d\Omega_{\gamma}^S \quad (A32)$$

$$= 2\pi \int \{ \cos^2 \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S + (1 - \cos^2 \theta_{\pi^0 \gamma}^S)(1 - \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S) * \frac{1}{2} \} d\Omega_{\gamma}^S dE_{\gamma}^S \quad (A33)$$

$$= (2\pi)^2 \int \left\{ \frac{1}{2} (\cos^2 \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S + 1 - \cos^2 \theta_{\pi^0 \gamma}^S - \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S) \right\} dE_{\gamma}^S d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S \quad (A34)$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{2} \int \left\{ \underbrace{\cos^2 \theta_{\pi^0 \gamma}^S (3 \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 1)}_{= i_{21}} + \underbrace{(1 - \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S)}_{= i_{22}} \right\} dE_{\gamma}^S d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S \quad (A35)$$

$$\int i_{21} \dots d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S dE_{\gamma}^S = \quad (A36)$$

$$= \int \left(\frac{1}{\beta_{\pi^0}} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{m_{\pi^0}}{\gamma_{\pi^0} E_{\gamma}^S} + \frac{m_{\pi^0}^2}{4 (\gamma_{\pi^0} E_{\gamma}^S)^2} \right\} (3 \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 1) (-d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S) dE_{\gamma}^S \quad (A37)$$

1. Term:

$$\int \frac{(3 \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 1)}{\gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S)} (-d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S) dE_{\gamma}^L = \left\{ \frac{3}{\gamma_S} v_2 - \frac{1}{\gamma_S} v_0 \right\} dE_{\gamma}^L \quad (A38)$$

2. Term:

$$- \int \frac{m_{\pi^0}}{\gamma_S} (3 \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 1) \frac{dE_{\gamma}^L}{E_{\gamma}^L} d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S \quad (A39)$$

$$= - \frac{m_{\pi^0}}{\gamma_S} (3 C_2 - C_0) \frac{dE_{\gamma}^L}{E_{\gamma}^L} \quad (A40)$$

3. Term:

$$\int \frac{m_{\pi^0}^2 \gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S) dE_{\gamma}^L}{4 \gamma_{\pi^0}^2 (E_{\gamma}^L)^2} (3 \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 1) d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S \quad (A41)$$

$$= \frac{m_{\pi^0}^2 \gamma_S}{4 \gamma_{\pi^0}^2} \frac{dE_Y^L}{(E_Y^L)^2} \int (3\beta_S \cos^3 \theta_{Y\pi^-}^S + 3 \cos^2 \theta_{Y\pi^-}^S - \beta_S \cos \theta_{Y\pi^-}^S - 1) d \cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A42)$$

$$= \dots \{3\beta_S C_3 + 3C_2 - \beta_S C_1 - C_0\} \quad (A43)$$

$$\int i_{22} (\dots) \dots = \quad (A44)$$

$$= \int (1 - \cos^2 \theta_{Y\pi^-}^S) dE_Y^S d \cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A45)$$

$$= \int \frac{1 - \cos^2 \theta_{Y\pi^-}^S}{\gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{Y\pi^-}^S)} d \cos \theta_{Y\pi^-}^S dE_Y^L \quad (A46)$$

$$= \frac{1}{\gamma_S} \{V_0 - V_2\} dE_Y^L \quad (A47)$$

also:

$$I_2 = 2\pi^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta_S} \right)^2 \left[\left(\frac{3}{\gamma_S} V_2 - \frac{1}{\gamma_S} V_0 \right) - \frac{m_{\pi^0}}{\gamma_S} (3C_2 - C_0) \frac{1}{E_Y^L} + \right. \right. \quad (A48)$$

$$\left. + \frac{m_{\pi^0}^2 \gamma_S}{4 \gamma_{\pi^0}^2} (3\beta_S C_3 + 3C_2 - \beta_S C_1 - C_0) \left(\frac{1}{E_Y^L} \right)^2 \right] \quad (A49)$$

$$+ \frac{1}{\gamma_S} (V_0 - V_2) \} dE_Y^L \quad (A50)$$

damit wird:

$$B_{02} = \frac{\pi}{2p_{\pi^0} \gamma_S} \{ (V_0 - V_2) + \left(\frac{1}{\beta_{\pi^0}}\right) (3V_2 - V_0) \} \quad (A51)$$

$$B_{12} = \frac{\pi m_{\pi^0}}{2p_{\pi^0} \gamma_{\pi^0}} \{ C_0 - 3C_2 \} \quad (A52)$$

$$B_{22} = \frac{\pi m_{\pi^0}^2 \gamma_S}{8\gamma_{\pi^0}^2 p_{\pi^0}} \{ 3\beta_S C_3 + 3C_2 - \beta_S C_1 - C_0 \} \quad (A53)$$

4. Berechnung von I_3

$$I_3 = \int \{ \cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S + \sin \theta_{\pi^0 \gamma}^S \sin \theta_{\gamma \pi^-}^S \cos \phi_{\pi^0 \gamma}^S \}^2 dE_{\gamma}^S d\phi_{\pi^0 \gamma}^S d\Omega_{\gamma \pi^-}^S \quad (A54)$$

$$= \int (2\pi)^2 \{ \cos^3 \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos^3 \theta_{\gamma \pi^-}^S + \frac{3}{2} \cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S (1 - \cos^2 \theta_{\pi^0 \gamma}^S) (1 - \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S) \} * \\ * d\cos \theta_{\gamma \pi^-}^S dE_{\gamma}^S \quad (A55)$$

$$= (2\pi)^2 \int \left\{ \cos^3 \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos^3 \theta_{\gamma \pi^-}^S - \frac{3}{2} \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S (1 - \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S) + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S (1 - \cos^2 \theta_{\gamma \pi^-}^S) \right\} d\cos \theta_{\gamma \pi^-}^S dE_{\gamma}^S \quad (A56)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(2\pi)^2}{2} \int \left\{ \underbrace{\cos^3 \theta_{\pi^0 \gamma}^S (5 \cos^3 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 3 \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S)}_{= i_{31} * (\beta_{\pi^0}^S)^3} + \underbrace{3 \cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S (\cos \theta_{\gamma \pi^-}^S - \cos^3 \theta_{\gamma \pi^-}^S)}_{= i_{32} * \beta_{\pi^0}^S} \right\} \\
 &\quad * d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S dE_{\gamma}^S \quad (A57)
 \end{aligned}$$

Zwischenrechnung:

$$(\beta_{\pi^0}^S)^3 (\cos \theta_{\pi^0 \gamma}^S)^3 = \left(1 - \frac{3m_{\pi^0}^2}{2\gamma_{\pi^0}^S E_{\gamma}^S} + \frac{3}{4} \frac{m_{\pi^0}^2}{\gamma_{\pi^0}^2 (E_{\gamma}^S)^2} - \frac{1}{8} \frac{m_{\pi^0}^3}{(\gamma_{\pi^0}^S)^3 (E_{\gamma}^S)^3} \right) \quad (A58)$$

1. Term von i_{31} :

$$\int 1. (\dots d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S dE_{\gamma}^S = \quad (A59)$$

$$= \int \frac{5 \cos^3 \theta_{\gamma \pi^-}^S - 3 \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S}{\gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S)} d \cos \theta_{\gamma \pi^-}^S dE_{\gamma}^L \quad (A60)$$

$$= \frac{dE_{\gamma}^L}{\gamma_S} (5V_3 - 3V_1) \quad (A61)$$

2. Term von i_{31} :

$$\int \left(-\frac{3}{2} \frac{m_{\pi^0}}{\gamma_{\pi^0}^S E_Y^S} \right) (5 \cos^3 \theta_{Y\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{Y\pi^-}^S) dE_Y^S d\cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A62)$$

$$= -\frac{3m_{\pi^0} dE_Y^L}{2\gamma_{\pi^0}^S E_Y^L} (5C_3 - 3C_1) \quad (A63)$$

3. Term von i_{31} :

$$\int + \frac{3}{4} \frac{m_{\pi^0}^2}{(\gamma_{\pi^0}^S \omega)^2 (E_Y^S)^2} (5 \cos^3 \theta_{Y\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{Y\pi^-}^S) dE_Y^S d\cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A64)$$

$$= \int \frac{3m_{\pi^0}^2 \gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{Y\pi^-}^S) (5 \cos^3 \theta_{Y\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{Y\pi^-}^S)}{4 (\gamma_{\pi^0}^S)^2} \frac{dE_Y^L}{(E_Y^L)^2} d\cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A65)$$

$$= \frac{3m_{\pi^0}^2 \gamma_S}{4\gamma_{\pi^0}^2} \frac{dE_Y^L}{(E_Y^L)^2} \int (5\beta_S \cos^4 \theta_{Y\pi^-}^S + 5 \cos^3 \theta_{Y\pi^-}^S - 3\beta_S \cos^2 \theta_{Y\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{Y\pi^-}^S) d\cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A66)$$

$$= \dots \{5\beta_S C_4 + 5C_3 - 3\beta_S C_2 - 3C_1\} \quad (A67)$$

4. Term von i_{31} :

$$-\int \frac{(m_{\pi^0})^3}{8(\gamma_{\pi^0}^S)^3 (E_Y^S)^3} (5 \cos^3 \theta_{Y\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{Y\pi^-}^S) dE_Y^S d\cos \theta_{Y\pi^-}^S \quad (A68)$$

$$= - \frac{m_{\pi^0}^3 \gamma_S^2}{8(\gamma_{\pi^0}^S)^3} \int (1 + \beta_S \cos \theta_{\gamma\pi^-}^S)^2 (5 \cos^3 \theta_{\gamma\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{\gamma\pi^-}^S) \frac{dE_Y^L}{(E_Y^L)^3} d\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S \quad (A69)$$

$$= - \frac{m_{\pi^0}^3 \gamma_S^2 dE_Y^L}{8\gamma_{\pi^0}^3 (E_Y^L)^3} \int \{ 5\beta_S^2 \cos^5 \theta_{\gamma\pi^-}^S + 10\beta_S \cos^4 \theta_{\gamma\pi^-}^S + (5-3\beta_S^2) \cos^3 \theta_{\gamma\pi^-}^S - 6\beta_S \cos^2 \theta_{\gamma\pi^-}^S - 3 \cos \theta_{\gamma\pi^-}^S \} d\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S \quad (A70)$$

$$= \dots \{ 5\beta_S^2 C_5 + 10\beta_S C_4 + (5-3\beta_S^2) C_3 - 6\beta_S C_2 - 3C_1 \} \quad (A71)$$

$$\int i_{32} \dots = \quad (A72)$$

$$= \int \frac{3}{\beta_S} \left(1 - \frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S \gamma_S} \right) (\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S - \cos^3 \theta_{\gamma\pi^-}^S) d\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S dE_Y^S \quad (A73)$$

$$= \frac{3}{\beta_S} \int \left(\frac{\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S - \cos^3 \theta_{\gamma\pi^-}^S}{\gamma_S (1 + \beta_S \cos \theta_{\gamma\pi^-}^S)} - \frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S} \frac{(\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S - \cos^3 \theta_{\gamma\pi^-}^S)/E_Y^L}{E_Y^L} \right) d\cos \theta_{\gamma\pi^-}^S dE_Y^L \quad (A74)$$

$$= \frac{3}{\beta_S} \left\{ \frac{1}{\gamma_S} (v_1 - v_3) - \frac{m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0}^S \gamma_S} (C_1 - C_3) \right\} dE_Y^L \quad (A75)$$

also wird:

$$\begin{aligned}
 I_3 = 2\pi^2 \left\{ \left(\frac{1}{\beta_{\pi^0}} \right)^3 \left[\frac{5V_3 - 3V_1}{\gamma_S} - \frac{(5C_3 - 3C_1) * 3m_{\pi^0}}{2\gamma_{\pi^0} E_Y^L} + \frac{3m_{\pi^0}^2 \gamma_S (5\beta_S C_4 + 5C_3 - 3\beta_S C_2 - 3C_1)}{4(\gamma_{\pi^0}^S)^2 (E_Y^L)^2} \right. \right. \\
 \left. \left. - \frac{m_{\pi^0}^3 \gamma_S^2 (5\beta_S^2 C_5 + 10\beta_S C_4) + (5 - 3\beta_S^2) C_3 - 6\beta_S^2 C_2 - 3C_1}{8(\gamma_{\pi^0}^S)^3 (E_Y^L)^3} \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{3}{\beta_{\pi^0}} \frac{V_1 - V_3}{\gamma_S} - \frac{m_{\pi^0} (C_1 - C_3)}{2\gamma_{\pi^0} E_Y^L} \right] \right\} dE_Y^L \quad (A76)
 \end{aligned}$$

damit ist:

$$B_{03} = \frac{\pi}{2p_{\pi^0} \gamma_S} \left\{ \left(\frac{1}{\beta_{\pi^0}} \right)^3 (5V_3 - V_1) + \frac{3}{\beta_{\pi^0}} (V_1 - V_3) \right\} \quad (A77)$$

$$B_{13} = \frac{3\pi m_{\pi^0}}{4p_{\pi^0} \gamma_{\pi^0}} \left\{ \left(\frac{1}{\beta_{\pi^0}} \right)^3 (3C_1 - 5C_3) + \left(\frac{1}{\beta_{\pi^0}} \right) (C_3 - C_1) \right\} \quad (A78)$$

$$B_{23} = \frac{3\pi m_{\pi^0}^2 \gamma_S}{8p_{\pi^0} (\beta_{\pi^0})^3 (\gamma_{\pi^0}^S)^2} \{ 5\beta_S C_4 + 5C_3 - 3\beta_S C_2 - 3C_1 \} \quad (A79)$$

$$B_{33} = \frac{-\pi m_{\pi^0}^3 \gamma_S^2}{16p_{\pi^0} (\gamma_{\pi^0}^S)^3 (\beta_{\pi^0}^S)^3} \{ 5\beta_S^2 C_5 + 10\beta_S C_4 + (5 - 3\beta_S^2) C_3 - 6\beta_S^2 C_2 - 3C_1 \} \quad (A80)$$

Anhang C: Eigenschaften des NaJ-Tl-Kristall-Spektrometers bei mittleren Energien

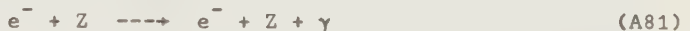
Es wird berichtet über Messungen, bei welchen im Verlauf des vorliegenden Experiments die Nachweiswahrscheinlichkeit des Spektrometers für Gammas mit $100 \text{ MeV} \leq E_\gamma \leq 200 \text{ MeV}$ sowie die Antwortfunktionen (response functions) auf Bestrahlung mit

Gammas	mit	E_γ	=	129.4	MeV
Elektronen	mit	E_{e^-}	=	300	MeV
Neutronen	mit	E_{kin}	=	115	MeV
Protonen	mit	E_{kin}	=	240	MeV
negativen Pionen	mit	E_{kin}	=	190	MeV

bestimmt wurden.

1. Nachweiswahrscheinlichkeit für hochenergetische Gammas

Abb.5 zeigt schematisch den zeitweiligen Aufbau eines "tagged photon beam" in der Peripherie des 600 MeV CERN-Synchrocyclotrons; Ansatzpunkt waren die in dem in Kap. 3.1 beschriebenen Pionenstrahl als Verunreinigung enthaltenen Elektronen. Sie erzeugten im Coulomb-Feld von Pb-Kernen einer dünnen Radiator-Folie Bremsstrahlung:



Wegen der Schwere der Kerne gilt in guter Näherung:

$$E_\gamma = E(e_1) - E(e_2) \quad (\text{A82})$$

wobei

- E_γ = Energie des Bremsstrahlungs-Gammaquants
- $E(e_1)$ = Energie des einlaufenden Elektrons
- $E(e_2)$ = Energie des auslaufenden Elektrons

Differentieller Wirkungsquerschnitt und Kinematik begünstigen unabhängig, daß beide leichte Teilchen im

Laborsystem gleichzeitig extreme Vorwärtsstreuung bevorzugen (vgl. auch Glg.22). Einlaufende Elektronen, deren Impuls durch den Ablenkmagneten MC3 definiert wird, werden über eine Flugzeitmessung zwischen C_{TOF} und C_4 von den Pionen und Müonen des Primärstrahls unterschieden. Nach einer Bremsstrahlungsreaktion auslaufende Elektronen werden durch den Magneten MC4 impulsanalysiert und in einer Koinzidenz $C_3C_2C_{Gas}$ nachgewiesen. Das Eintreten der Koinzidenzbedingung

$$C_{TOF}C_4C_3C_2C_{Gas} \quad (A83)$$

zeigt die Emission eines Bremsstrahlungs-Gammaquants an, dessen Energie aus der Geometrie des Experiments und den Magnetfeldstärken nach (A82) berechnet werden kann. Die Antikoinzidenz mit dem Zähler A_3 reduziert den von geladenen Teilchen herrührenden Untergrund. Man erhält die Nachweiswahrscheinlichkeit damit als

$$\epsilon_{NAJ}^{\gamma}(E_{\gamma}) = \frac{N(C_{TOF}C_4C_3C_2C_{Gas}\bar{A}_3C_{NAJ})}{N(C_{TOF}C_4C_3C_2C_{Gas}\bar{A}_3)} \quad (A84)$$

Probleme dieser Messung sind:

- Die Energieabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit
- Elektronenuntergrund, erzeugt im Gefolge von Pionenreaktionen im Strahlrohr
- Geometrische Gammaverluste
- Doppelte Bremsstrahlung, sowohl in einem Elementarprozeß

$$e^{-} + p + e^{-} + p + \gamma + \gamma \quad (A85)$$

als auch durch wiederholte einfache Bremsstrahlung (A81)

- Da bei dieser Messung wegen der großen räumlichen Divergenz des Bremsstrahlungs-Gammastrahl weder Bleikollimator noch Zähler A_2 benutzt wurden, werden andere "backscatter"-Verluste auftreten als im Ladungsaustausch-Experiment.

Nach (A84) ergab sich aus Messungen:

$$\epsilon_{\text{NAJ}}(100\text{MeV}) = 98.2 \% \pm 0.6 \%$$

$$\epsilon_{\text{NAJ}}(150\text{MeV}) = 97.6 \% \pm 1.0 \%$$

$$\epsilon_{\text{NAJ}}(195\text{MeV}) = 98.2 \% \pm 1.3 \%$$

Rechnet man mit Hilfe der Ähnlichkeitsregel* von Rossi^{/24/} die Hofstadter-Daten^{/36/} auf Sn um (Sn wird bei Schauerrechnungen häufig als Approximation für NaJ verwendet), dann absorbiert der hier benützte Kristall bei $E_Y = 100$ MeV 94 %, bei $E_Y = 200$ MeV 88.5 % der eingestrahnten Gammaenergie. Da die Energieschwelle für C_{NAJ} auf nur 2 MeV festgesetzt war, wird die Energieabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit also vernachlässigbar klein. Der gewichtete, unkorrigierte Mittelwert ϵ_{NAJ}^u der drei obigen Messungen lautet

$$\epsilon_{\text{NAJ}}^u = (98.0 \pm 0.9)\%$$

* Ähnlichkeitsregel (frei übersetzt nach Rossi^{/24/}, S.224)

In der Approximation B (Compton-Effekt vernachlässigt, Stoßverluste beschrieben durch "constant energy dissipation", Strahlungsprozesse und Paarbildung nach asymptotischer Formel berechnet) sind die Dimensionen einer elektromagnetischen Schauerkaskade für alle Materialien gleich, wenn

- a. die Energie des einfallenden Teilchens in Vielfachen der kritischen Energie ϵ_0 des Materials ausgedrückt wird. (Def.: Für ein Elektron mit der kritischen Energie $E_{\text{kin}} = \epsilon_0$ gilt $\Delta E_{\text{Stoß}} = \Delta E_{\text{Strahlung}}$, d.h. Stoßverluste = Abstrahlungsverluste.)
- b. die Materialstärken des Absorbers in Vielfachen der Strahlungslänge des Materials berechnet werden.

Bei der Messung entstehen an den Strahlrohrwänden hinter dem Magneten MC3 sowie im Radiatormaterial als Folge der Reaktionskette Pion-Kern-Ladungsaustausch - Zerfall des neutralen Pions - Paarerzeugung - auch solche Elektronen, welche schon die "Tagg-Energie" besitzen, ohne an einer Bremsstrahlungsreaktion teilgenommen zu haben. Da sie immer als Teil eines Elektron-Positron-Paares erzeugt werden, und der Phasenraum für Positronen und Elektronen gleich ist, wurde ihr Anteil an den "parasitären" Koinzidenzen durch Umpolen des Magneten MC4 gemessen: er betrug $1.1 \% \pm 0.3 \%$. Eine weitere Korrektur ist bedingt durch solche Bremsstrahlungsgammas, welche nicht in die räumliche Akzeptanz des NaJ-Kristalls fallen. Ihr Anteil wurde mit Hilfe eines ortsempfindlichen Čerenkov-Zählers zu $0.5 \% \pm 0.5 \%$ bestimmt.

Mit diesen Korrekturen lautet das Messergebnis

$$\epsilon_{\text{NAJ}}^{\text{kor}} = 99.6 \% \begin{array}{l} + 0.4 \% \\ - 1.1 \% \end{array}$$

Nun ist unter den konkreten Bedingungen des Bremsstrahlungsexperiments (Abb.5) das Verhältnis doppelter zu einfacher Bremsstrahlung etwa $7 \cdot 10^{-2}$. Die bei doppelter Bremsstrahlung mit großer Wahrscheinlichkeit das hochenergetische Gamma begleitenden niederenergetischen Gammas können vor allem über Compton-Streuung in A_3 ein Veto auslösen. Solche Ereignisse würden ein zu niedriges ϵ_Y vortäuschen, wenn nicht A_3 in der Triggerbedingung enthalten wäre. "Backscatter"-Verluste entstehen dadurch, daß einige der im NaJ-Kristall erzeugten Schauerteilchen nach hinten gestreut werden und ihn durch seine Eintrittsebene verlassen. Ihre Energie ist typisch kleiner als 10 MeV. Sie erzeugen entweder ein Veto in A_3 , wonach das Ereignis weggeworfen wird, oder tragen, weil sie nicht im Kristall absorbiert werden, lediglich zur Linienverbreiterung bei. "Backscatter"-Effekte werden

also durch die Definition (A82) vermieden.

Die Wahrscheinlichkeit für backscatter-Vetos, welche unter den geometrischen und elektronischen Bedingungen des Ladungsaustausch-Experiments (vgl. Abb.1) ausgelöst werden, können jedoch ausgehend von Elektron-Daten aus Stanford^{/37/} unter folgenden Voraussetzungen abgeschätzt werden:

- a. Bei konstanter Gamma-Energie ist die Veto-Rate eine lineare Funktion sowohl der Dicke des Veto-Zählers als auch seiner Energieschwelle.
- b. Mit Hilfe der Monte-Carlo-Winkelverteilungen für "backscatter" von Nagel^{/38/} können die integralen Daten^{/37/} auf die Geometrie der Ladungsaustausch-Messungen korrigiert werden.
- c. Für konstante Energieschwelle und Zählerdicke ist die "backscatter"-Vetorate eine lineare Funktion der Gamma-Energie zwischen 80 MeV und 330 MeV Gamma-Energie.

Damit ergeben sich die "backscatter"-Veto-Wahrscheinlichkeiten W_b der folgenden Tabelle, berechnet für den Ladungsaustausch-Aufbau (Abb.4):

Tabelle 10: "backscatter"-Ineffizienz

E^L (MeV)	100	200	300	400
W_b (%)	2.2	2.6	2.9	3.2

Die in Formel (42) einzusetzende Nachweiswahrscheinlichkeit ϵ_Y ist also typisch 97.5 % :

$$\epsilon_Y = 1 - W_b \quad (A86)$$

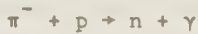
2. Antwortfunktion für hochenergetische Gammas

Ein Strahl monoenergetischer Gammas in dem hier interessierenden Energiebereich konnte nur für $E_\gamma = 129.4 \text{ MeV}$ erzeugt werden.

Mit Hilfe von vor dem Target eingebrachten Kupferplatten wurden die Pionen des Primärstrahls abgebremst und am Targetwasserstoff gestoppt; als häufigste Reaktion ergeben sich dann Ladungsaustausch



mit $T_n = 0.4 \text{ MeV}$ und $55 \text{ MeV} \leq E_\gamma \leq 83 \text{ MeV}$ (und $E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = 137.9 \text{ MeV}$) und Strahlungseinfang

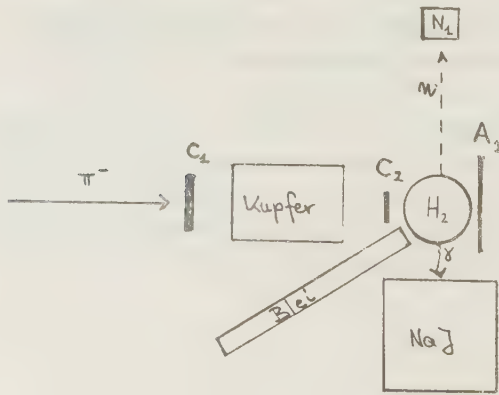


mit $T_n = 8.9 \text{ MeV}$ und $E_\gamma = 129.4 \text{ MeV}$.

Weiter wurde der Aufbau der Abb.1 wie folgt verändert:

- Der Magnet TC8 wurde entfernt.
- Der NaJ-Tl-Kristall wurde unter 90° relativ zur Strahlrichtung aufgestellt.
- Vom Target aus gesehen gegenüber wurde ein Plastik-Scintillationszähler montiert, welcher hier Gammas und Neutronen nachweist.

Damit entsteht die im folgenden schematisch gezeigte experimentelle Anordnung (Beschreibung der Komponenten siehe Kap.3):



Verwendet man das Signal, welches die einlaufenden negativen Pi-Mesonen im C_2 erzeugen, zu einer Flugzeitmessung der aus dem Target nach N_1 auslaufenden Teilchen, dann zeigt das Flugzeitspektrum der Ereignisse, welche durch die Koinzidenzbedingung

$$(C_1 C_2 \bar{A}_1) N_1$$

definiert sind, deutliche Peaks dort, wo die Ankunft von Gammas oder 8.9 MeV Neutronen im N_1 erwartet wird. Abb.22a zeigt das analoge Gesamt-Energiespektrum, aufgenommen mit dem NaJ-Kristall. Der Peak bei 129.4 MeV, erzeugt durch Strahlungseinfang-Gammas, besitzt eine Energieauflösung (FWHM) von etwa 4.8 % . Der Peak bei 68.9 MeV, d.i. die halbe Energie des neutralen Pions, rührt zusammen mit dem darunterliegenden breiten Kontinuum vom Ladungsaustausch her.

Das Problem dieser Messung war die geringe Ereignisrate. Wegen sprunghafter Verstärkungsschwankungen in der NaJ-Elektronik mußten zu Anfang und zu Ende der eintägigen Meßzeit aufgenommene Ereignisse verworfen werden.

Entscheidungskriterien dafür waren:

- a. Statistische Schwankungen sollten nicht gleichzeitig bei 69 MeV und 129 MeV Doppelpeaks erzeugen.
- b. Schauerescape-Verluste bedingen, daß die linke Flanke des 129 MeV - Peaks flacher abfallen muß als die rechte.

Wegen der schwachen Statistik ist eine Abschätzung des Linie/Fuß (peak/tail) - Verhältnisses auch dann nutzlos, wenn man die beiden gammaerzeugenden Reaktionen mit Hilfe von Fenstern auf dem Flugzeitspektrum unterscheidet. Der hier gefundene Wert von 4.8 % für die Energieauflösung des NaJ-Spektrometers wird durch die im folgenden besprochenen Messungen mit Elektronen erhärtet. Sie ist erheblich besser, als nach Messungen mit anderen Kristallen^{/30/,/39/} vergleichbarer Größe zu erwarten gewesen war.

3. Antwortfunktion für hochenergetische Elektronen

Für Energien oberhalb von 7 MeV (nach Evans^{/40/}) ist die wahrscheinlichste Reaktion von Elektronen beim Auftreffen auf NaJ-Materie die Emission von Bremsstrahlung, für Gammas Paarbildung.

Elektronen und Gammas gleicher Primärenergie erzeugen eine Schauerkaskade gleicher Hüllfläche, angefüllt mit niederenergetischen Elektronen, Positronen und Gammas. Das aktive Kristallvolumen ist dreizehn Strahlungslängen tief und besitzt einen Durchmesser von 10.5 Strahlungslängen. Fallen die Teilchen nahe am Rand des vorgelagerten Bleikollimators ein, so sinkt der minimale Abstand des Schauerursprungs zum Kristallrand auf ca. 3 Strahlungslängen. Zwar wird die Schauerblase für primäre, hochenergetische Gammas (für Materialien mit $Z \gg 1$) im Mittel um zwei Strahlungslängen später entstehen als für Elektronen, doch sind in diesem Experiment wegen der verhältnismäßig großen Kristalltiefe die longitudinalen Schauerverluste im Mittel klein gegen die lateralen. Deswegen sollte in guter Näherung die Linienform für mit gleicher Energie einfallende Gammas und Elektronen ebenfalls gleich sein.

Indem man die Ähnlichkeitsregel von Rossi^{/24/} auf die Elektron-Isoenergiekurven aus Kantz und Hofstadter^{/36/} und Murata^{/41/} anwendet, erhält man die in dem NaJ-Kristall absorbierte Energie in Abhängigkeit von der Primärenergie:

Tabelle 11: Energieabsorption hochenergetischer Elektronen im NaJ-Tl-Kristall

Reale Primärenergie MeV	Material	Kritische Energie MeV	Effektive Primär- energie MeV	Absorbierte Energie/Primärenergie f. Elektronen	
				Mitte	Rand
185	Al	52	44.5	1.	0.995
118	Cu	22.4	65.8	0.94	0.85
157	Cu	22.4	87.6	0.92	0.85
185	Cu	22.4	103	0.95	0.88
185	Sn	12.5	185	0.90	0.8
185	Pb	7.8	300	0.85	0.7
200(Murata)	Pb	7.8	320	0.94	0.885

Eine lineare Interpolation ergibt, daß die Absorption von 0.88 bei $E_e = 100$ MeV auf 0.85 bei $E_e = 200$ MeV absinkt. Deswegen mußte überprüft werden, inwieweit Abweichungen von der in der Auswertung (Kap.5) vorausgesetzten linearen Beziehung zwischen der Energie absorbiertener hochenergetischer Gammas bzw. Elektronen und der vom Kristall abgegebenen Lichtmenge bestehen. Für Messungen mit $E_e = 240$ MeV und $E_e = 380$ MeV extrapoliert man 5 % Unterschied im Absorptionsgrad. Der systematische Fehler des folgenden experimentellen Tests kann mit ± 1.7 % abgeschätzt werden. Zuerst wurde ein Elektronenstrahl mit einer Energie von 240 MeV in das Gammaskpektrometer gelenkt, die Elektronenpeaklage und der Energie-Nullpunkt bestimmt sowie das 150 MeV äquivalente Diodensignal kalibriert. Die genaue Strahlenergie wurde danach durch eine Messung der Reichweite der ebenfalls im Strahl enthaltenen Pionen ermittelt und mit der Eichkurve des ersten Ablenkmagneten gegengeprüft. Danach wurde die Strahlenergie bis auf etwa 380 MeV erhöht. Nachdem die Wanderung der Verstärkung im Photovervielfacher mit Hilfe des geeichten Diodensignals korrigiert worden war, stimmte die neue Elektronenpeaklage mit dem Ergebnis der anschließend vorgenommenen Reichweitemessung auf 0.5 % überein. Zur Annahme einer signifikanten Nichtlinearität des Gammaskpektrometers im Energiebereich zwischen 240 MeV und 380 MeV besteht danach kein Anlaß.

Die Messung der Linienform für 300 MeV - Elektronen lieferte das Spektrum der Abb.22b mit einer Energieauflösung von 6.5 % FWHM. Die quadratische Subtraktion der Energiebreite des Elektronenstrahls, welche in einem unabhängigen Experiment^{/17/} bestimmt worden war, reduziert diesen Wert auf 4.8 % . Eine analoge Messung bei 380 MeV Elektronenenergie ergab vor Subtraktion 5.7 % , nach Subtraktion ebenfalls 4.8 % .

Der Wert von

$$\frac{\Delta E}{E} = 4.8 \%$$

für die Energieauflösung des vorliegenden Gammaspektrometers ergab sich damit in 3 unabhängigen Messungen, zum einen für monoenergetische Gammas mit 129 MeV Energie, zum anderen für Elektronen mit 300 MeV und 380 MeV Energie. Aus Abb.22b kann abgeschätzt werden, daß das Verhältnis Fuß/Linie für hochenergetische Elektronen kleiner als 8 % ist.

Antwortfunktion für schnelle Neutronen

Bei der Vermessung der Pion-Proton-Ladungsaustausch-Reaktion mit $p_{\pi}^{\text{Lab}} = 300 \text{ MeV}/c$ besitzen die nach vorn auslaufenden Neutronen eine kinetische Energie von 115 MeV; sie sind innerhalb der räumlichen Akzeptanz des Gammaspektrometers praktisch monoenergetisch.

Summiert man die nach Kap.5.1 "gereinigte" Ereignismatrix, welche nur noch Ladungsaustausch-Ereignisse enthält, über einen 10 nsec breiten Flugzeitbereich auf, dessen Mitte mit der berechneten Neutronenflugzeit übereinstimmt, so erhält man das Ereignisspektrum der Abb.22c. Es stellt die Neutronen-Antwortfunktion des NaJ-Kristallspektrometers für Neutronen mit 115 MeV kinetischer Energie dar.

Die Annahme, daß die Neutronen ihre Energie im Kristall zu 85 % (vgl. Vlassov^{/26/}) durch quasi-elastische Streuung an einzelnen Nukleonen in den Na- und J-Kernen verlieren, und anschließend die so erhaltenen Rückstoßprotonen spektroskopiert werden, verhilft zu einem mindestens qualitativen Verständnis der Neutronen-Antwortfunktion 22c.

Aus der relativistischen Kinematik der np-Streuung folgt in guter Näherung:

$$T_p = T_n^0 \cos^2 \theta_p \quad (\text{A87})$$

wobei: T_p = kinetische Energie des auslaufenden Protons
 T_n^0 = kinetische Energie des einlaufenden Neutrons
 θ_p = Streuwinkel des auslaufenden Protons

Daraus folgt:

$$\frac{dT_p}{d\cos\theta_p} = 2 \sqrt{T_p T_n^0} \quad (A88)$$

Approximiert man die von Howard et al.^{/43/} bei $T_n^0 = 130$ MeV gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitte durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + C \cos^2\theta_p \quad (A89)$$

dann erhält man das Energiespektrum der Rückstoßprotonen durch Einsetzen von (A88) in (A89) zu:

$$\frac{dN_p}{dT_p} \sim A \cdot \sqrt{T_n^0/T_p} + C \cdot \sqrt{T_p/T_n^0} \quad (A90)$$

Der Verlauf dieser Funktionen ist in Abb.22d wiedergegeben. Faltet man dieses Spektrum mit der Linienform der Abb.22e, welche mit Protonen von $T_p = 240$ MeV gemessen ist und deren Form gut mit einer Messung von Palmieri et al.^{/44/} bei $T_p = 150$ MeV übereinstimmt, und berücksichtigt, daß bei den inelastischen Prozessen, welche 15 % zum totalen Wirkungsquerschnitt beitragen, zusätzlich Energie nach knock-out-Reaktionen an den Kristall abgegeben werden kann, dann ist die Form des Spektrums der Abb.22c erklärt.

5. Antwortfunktion für negative Pi-Mesonen

Negative Pi-Mesonen mit $p_{\pi}^{\text{Lab}} = 300 \text{ MeV/c}$ werden im Kristall gestoppt und erzeugen das Energiespektrum der Abb.22f .

Sie geben bis zu

$$E_{\text{ges}} = m_{\pi^-} c^2 + T_{\pi^-}$$

an den Kristall ab. Das Spektrum 22f besteht im wesentlichen aus einem breiten Kontinuum, welches durch Kernreaktionen und Neutronen-escape zustandekommt, und dem Ionisationspeak bei $E = T_{\pi^-}$.

Literaturverzeichnis

- /1/ G. Höhler et al., Z. Physik 240, 377-391 (1970)
- /2/ A.A. Carter et al., Nuclear Physics B26 (1971) 445-460, und /20/
- /3/ A. Henchoz et al.; CERN - Ph III, (1971)
- /4/ G. Höhler et al.; tables of Pion-Nucleon forward amplitudes; TKP 23 (1972) Karlsruhe;
- /5/ G. Lovelace et al.; LBL-63 (1973) particle data group
- /6/ E. Ferrari; I.N.F.N. Roma (1972); report ROM 382
- /7/ A.A.Carter et al.; RL-73-024, journal preprint, HEP div. RPP/H/111 (1973)
- /8/ particle data group; Rev.of particle properties, Rev.Mod. Phys. Vol. 45, No. 2, part 2, (1973)
- /9/ J. Ashkin et al.; Phys.Rev.101 Nr. 3, (1956) 1149 und Phys.Rev.105 Nr. 2, (1957) 724
- /10/ E. Garwin et al.; Phys. Rev. 115 Nr. 5, (1959) 1295
- /11/ J.C.Caris et al.; Phys.Rev.121 Nr. 3, (1961) 893
- /12/ C. Cernigoi et al.; Physics Lett. Vol. 3, Nr. 1, (1962) 18
- /13/ P.A. Berardo et al.; UCLA 34P106-64 (1972); Phys.Rev.D6 (1972), 756
- /14/ S. Almeded et al.; Nucl.Phys.B40 (1972) 157-172
- /15/ G. Källen; Elementarteilchenphysik; Mannheim 1965
- /16/ P. Cziffra et al.; URCL-8523 Rev.; June 1959
- /17/ H. Schmitt; private Mitteilung
- /18/ L. Mazzone; CERN/MPS - MU/H 70 - 1; (1970)
- /19/ L. Vaucher; private Mitteilung über ein älteres Experiment der Lausanne-München-Turin-Kollaboration
- /20/ D.V. Bugg et al.; Nucl.Phys. B26, (1971), 558-596
- /21/ D. Schinzel; Doktorarbeit; Karlsruhe 1971
- /22/ A. Houdayer et al.; N.I.M. 111 (1968), 319
- /23/ W. Pfeil et al.; Bonn Preprint PIB 2-112, (1972) und Nucl.Phys. B45, (1972), 379-396
- /24/ B. Rossi; high energy particles; Prentice hall 1965
- /25/ M. Stearns; Phys. Rev. 76, 836, (1949)

Fortsetzung Literaturverzeichnis

- /26/ N. Vlasow; Neutronen, Köln 1959, Hoffmann Verlag
- /27/ J.L. Matthews et al.; N.I.M. 111, (1973), 157-168
- /28/ P.J. Bussey et al.; Nucl.Phys. B48, (1973), 363-377
- /29/ J.B. Birks; the theory and practice of scintillation counting, Pergamon 1964
- /30/ E.B. Hughes; HEPL 687, Stanford 1972
- /31/ J.H. Hubbell; NSRDS - NBS 29, 1969
- /32/ H. Messel and D.F. Crawford; Elektron-Photon-Shower Distribution Function, Oxford 1970, Pergamon Press
- /33/ D.I. Sober et al.; N.I.M. 109, (1973), 29-39
- /34/ E. Hultsch; Ausgleichsrechnung mit Anwendungen in der Physik, Leipzig 1966
- /35/ A. Messiah; Quantum Mechanics I, p. 469, Amsterdam 1961
- /36/ A. Kantz et al., Phys. Rev. 86 (1952), 685; A. Kantz et al., Nucleonics Vol. 12, Nr. 3, 36-43 (1974); R. Hofstadter, CERN 59-4, (1959)
- /37/ E.B. Hughes et al.; HEPL 672, 1972, Stanford
- /38/ H. Nagel; Z.f.Phys. 186, (1965), 319-346
- /39/ V.T. Cocconi et al.; Nuovo Cimento, Vol. 22, Nr. 3, 494, (1961); H. Davies et al., Nucl.Phys. 78, (1966) 673, B.L. Beron et al., HEPL 715, Stanford 1973
- /40/ R.D. Evans; The Atomic Nucleus; Mc-Graw-Hill 1955
- /41/ Y. Murata, J.Phys.Soc.Japan, Vol.20, Nr. 2, (1965), 209
- /42/ Z.S. Strugalskij, E13-5152, Dubna 1970
- /43/ V.J. Howard et al.; Nucl.Phys. A 218, (1974), 140-150 J.A. Edginton et al., R1-73-073, RPP/NS15, 1973 Chilton
- /44/ J.N. Palmieri et al., N.I.M. 76, (1969), 55-58
- /45/ G. Höhler; TKP 17/73 preprint, Nov. 1973, Karlsruhe

Tabellenverzeichnis

		Seite
Tab. 1	Strahlzusammensetzung	22
2	Reaktionen des einlaufenden Strahls	23
3	Energieverteilung von Schauerphotonen	42
4	Fehlervergleichsrechnung	55
5	Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte (dieses Exp.)	56
6	Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte (andere Exp.)	58
7	Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitte (Theorie)	59
8	Kennziffern für die Übereinstimmung von Theorie und Experiment	61
9	Neubestimmung der Realteile von F^-	64
10	backscatter - inefficiency	19
11	Energieabsorption hochenergetischer Elektronen im NaJ-(Tl)-Kristall	22

Verzeichnis der Abbildungen

- Abb. 1 Aufbau der Ladungsaustausch-Messung
- 2 Typisches Ladungsaustausch-Gammaenergie-Spektrum
a. ungefiltertes Zerfallsspektrum
b. durch die Detektion deformiertes Spektrum
- 3 kinematische Grenzen der Energie der Zerfallsgammas
- 4 NaJ-(Tl)-Kristall-Gammaspektrometer
- 5 Strahltransportsystem und Aufbau der Messung der Nachweiswahrscheinlichkeit des Spektrometers für hochenergetische Gammaquanten
- 6 Wasserstofftarget
- 7 Schema der schnellen Logik und der linearen Elektronik
- 8 Flugzeitspektrum aller registrierter Ereignisse (Fall A)
a. für die Messung mit vollem Wasserstofftarget
b. für die Messung mit leerem Wasserstofftarget
- 9 Flugzeitspektrum aller registrierten Ereignisse (Fall B)
a. für die Messung mit vollem Wasserstofftarget
b. für die Messung mit leerem Wasserstofftarget
- 10 Energiespektren der registrierten Ereignisse (Fall A)
a. Ladungsaustausch-Gammas (volles Target)
b. Bremsstrahlung-Gammas (volles Target)
- 11 Schema des Aufbaus der Messung der Strahlzusammensetzung
- 12 Strahlspektrum
- 13 NaJ-(Tl)-Kristall-Einzelrate als Funktion der Elektronenkontamination
- 14 NaJ-(Tl)-Kristall-Energiespektrum ("single spectrum") für neutrale Ausgangskanäle

Verzeichnis der Abbildungen (Fortsetzung)

- 15 Nachweis von Verstärkungsschwankungen der Messapparatur
- 16 Klassifikation aller registrierter Ereignisse in Matrizen mit Hilfe ihrer Flugzeit und Energie
 - a. Ladungsaustausch bei 300 MeV/c und vollem Target
 - b. Bremsstrahlung bei 300 MeV/c und vollem Target
 - c. Ladungsaustausch bei 300 MeV/c und leerem Target
 - d. Bremsstrahlung bei 300 MeV und leerem Target
 - e. Ladungsaustausch bei 360 MeV/c und vollem Target
- 17 Energiespektren für Ladungsaustausch-Gammas
 - a. gemessenes Spektrum nach Korrekturen
 - b. Anpassung des berechneten Spektrums
- 18 zur problemorientierten Linienform des Gammaskpektrometers
 - a. Ereignismatrix für Bremsstrahlung an Wasserstoff (volles - leeres Target) bei 300 MeV/c
 - b. Projektion der Gammas auf die Energieachse - die problemorientierte Linienform
- 19 Anregungsfunktion des differentiellen Wirkungsquerschnitts für Pion-Proton - Ladungsaustausch in Vorwärtsrichtung im Energiebereich der P_{33} - Resonanz
- 20 Anregungsfunktion der Ladungsaustausch-Vorwärts-Streuamplitude
- 21 Argand - Diagramm der Ladungsaustausch-Vorwärts-Streuamplitude
- 22 Antwortfunktionen ("response functions") des Kristall-Spektrometers bei mittleren Energien für
 - a. Gammas (gemessen bei $E = 130$ MeV)
 - b. Elektronen (gemessen bei $E = 300$ MeV)
 - c. Neutronen (gemessen bei $E_{\text{kin}} = 115$ MeV)
 - d. Neutronen (berechnet für $E_{\text{kin}} = 90$ MeV)
 - e. Protonen (gemessen bei $E_{\text{kin}} = 240$ MeV)
 - f. negative Pi-Mesonen (gemessen bei $E_{\text{kin}} = 190$ MeV)

PION - NUCLEON CHARGE EXCHANGE

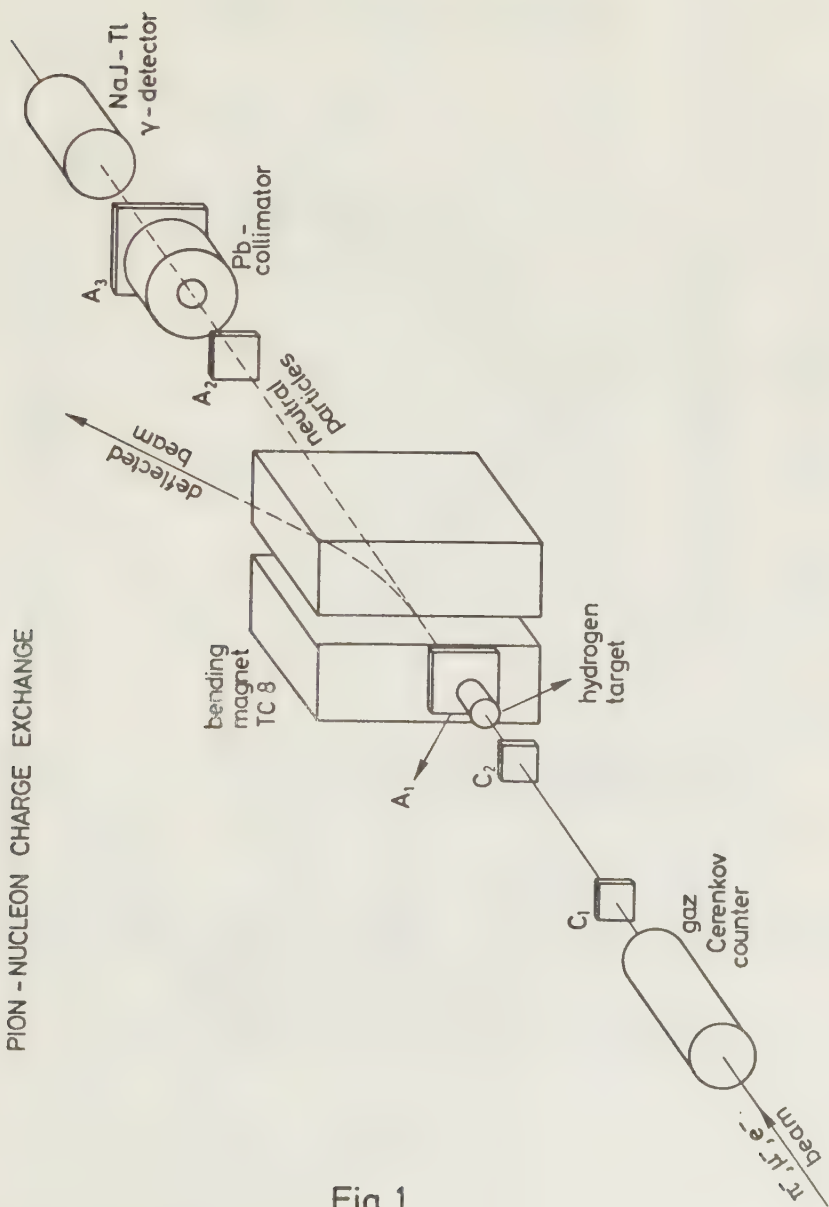


Fig.1

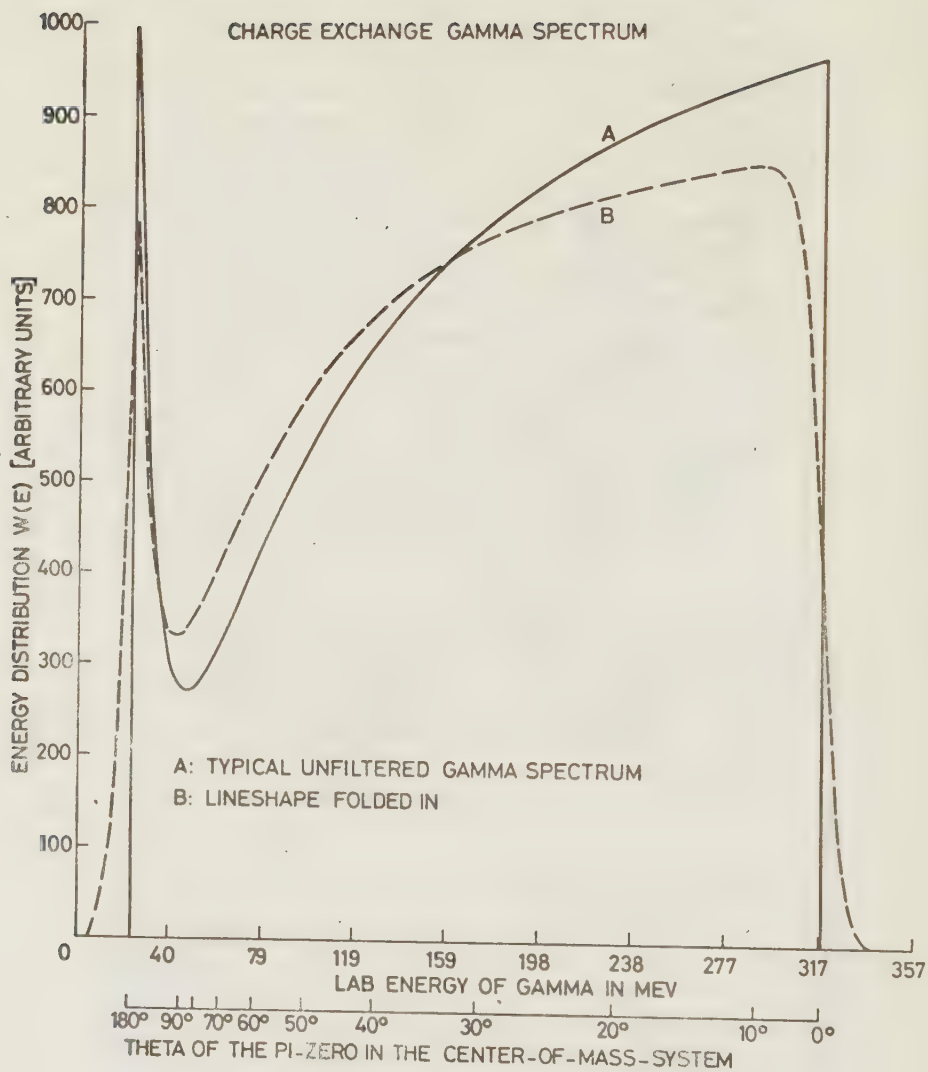


Fig. 2

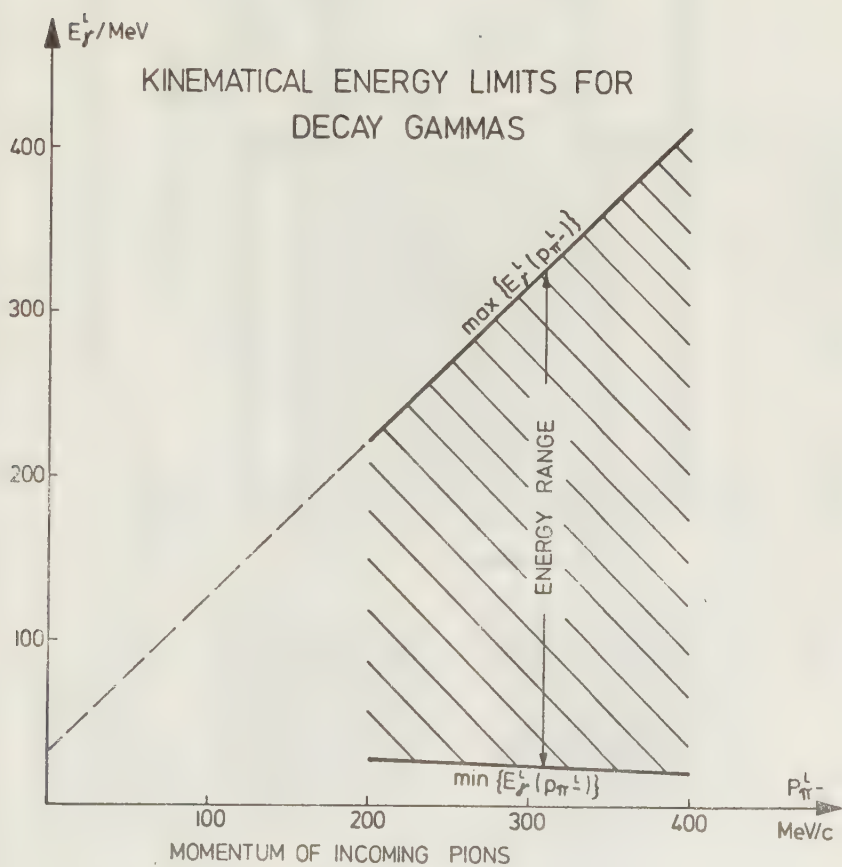


Fig.3

Na(Tl) - GAMMA SPECTROMETER

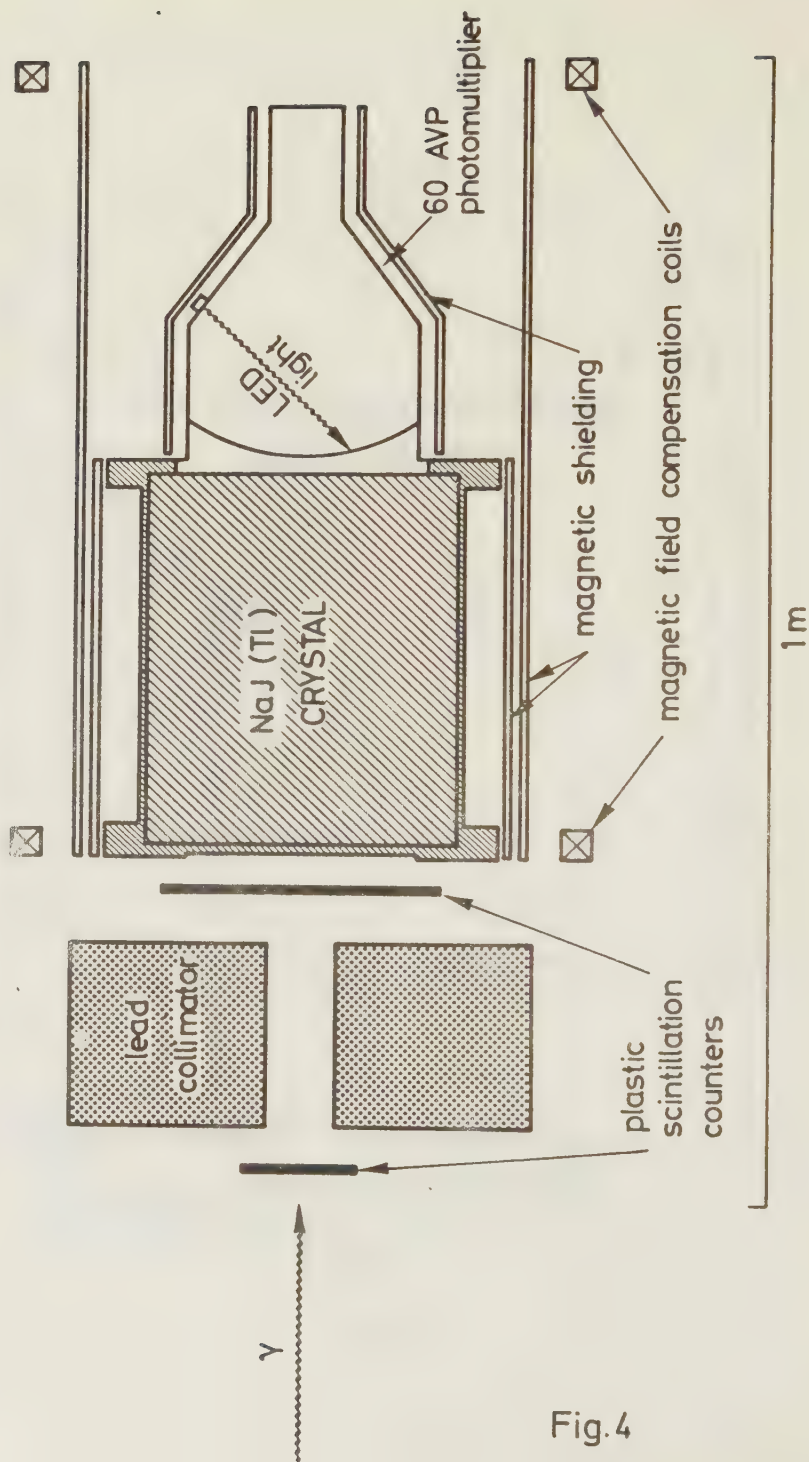


Fig.4

GAMMA EFFICIENCY MEASUREMENT

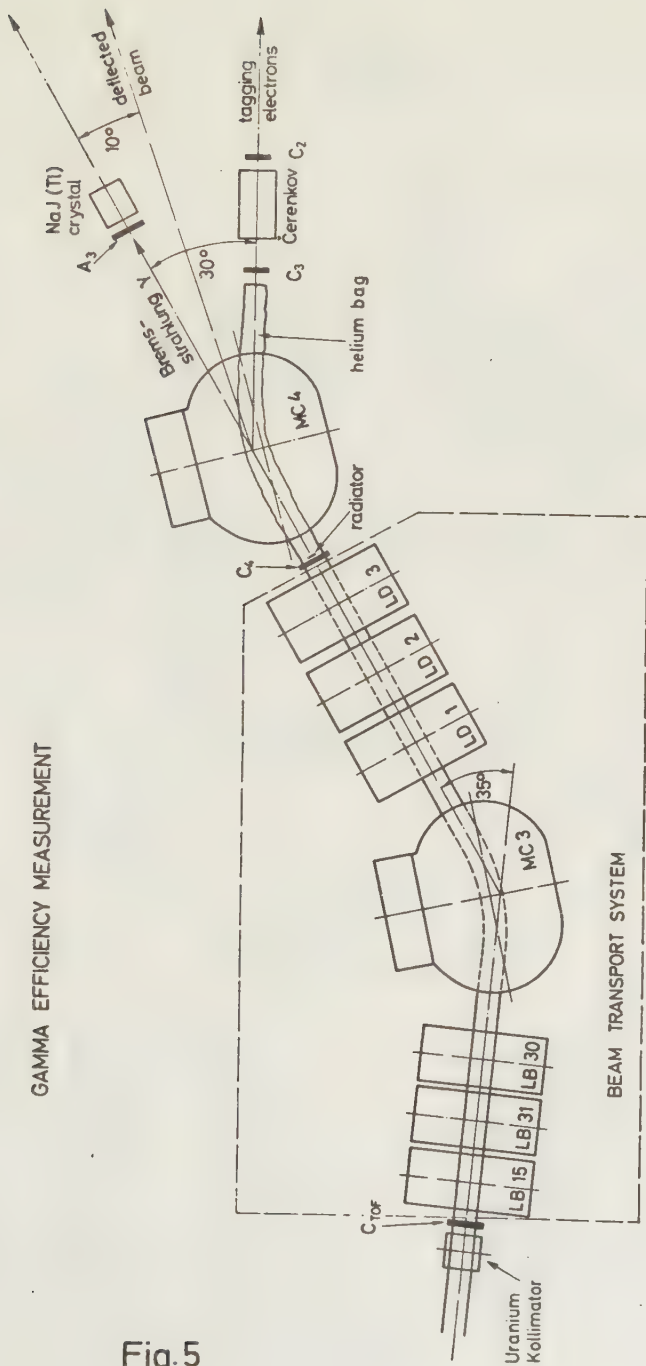
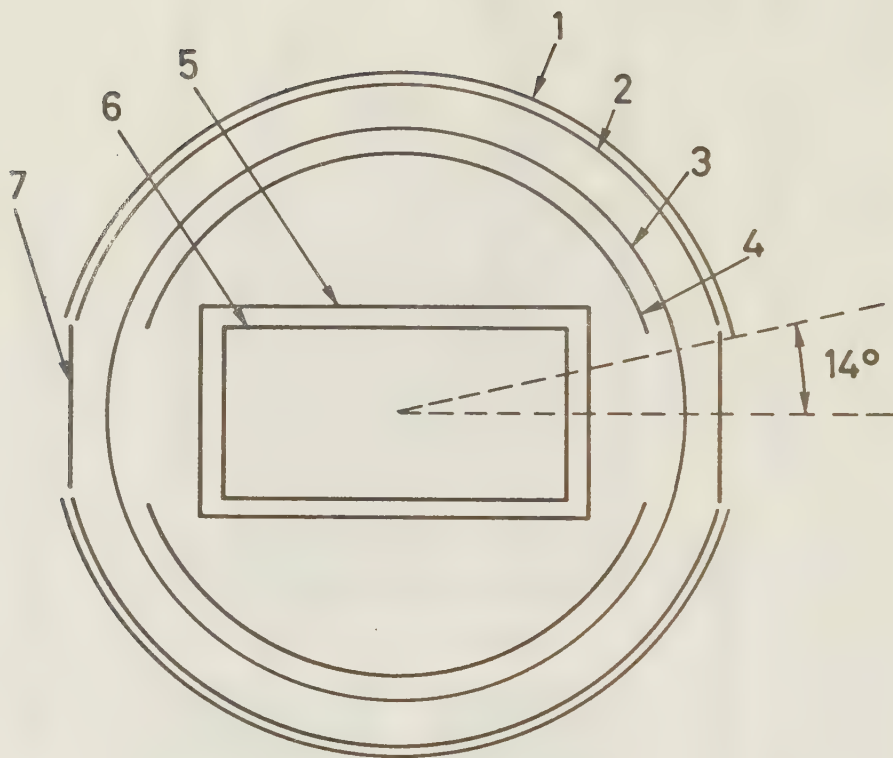


Fig.5

TARGET



1	INOX	1x	0.2	mm
2	DELITE	1x	2.5	mm
3	MYLAR	15x	6.0	μ
4	ALU	1x	0.1	mm
5	MYLAR	20x	6.0	μ
6	MYLAR	1x	0.12	mm
7	MYLAR	1x	0.12	mm

Fig.6

ELECTRONICS

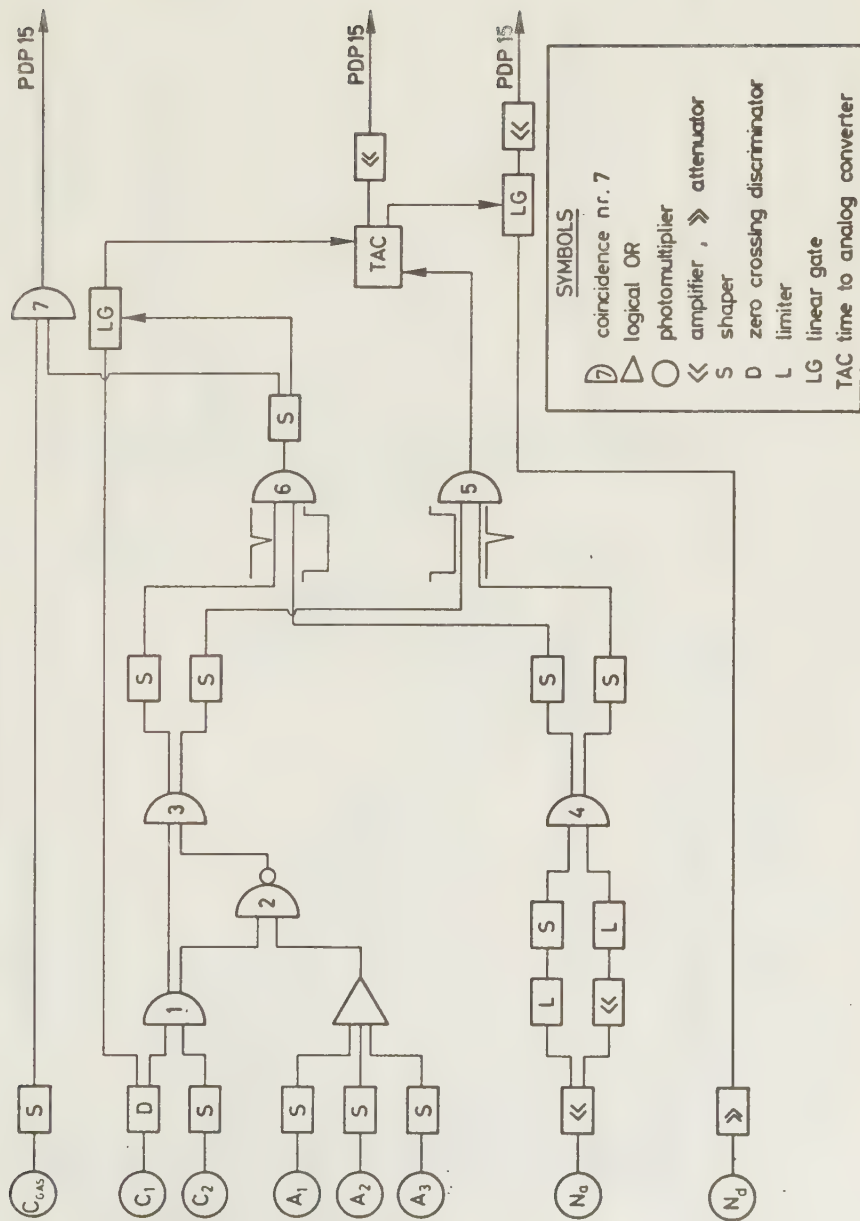


Fig.7

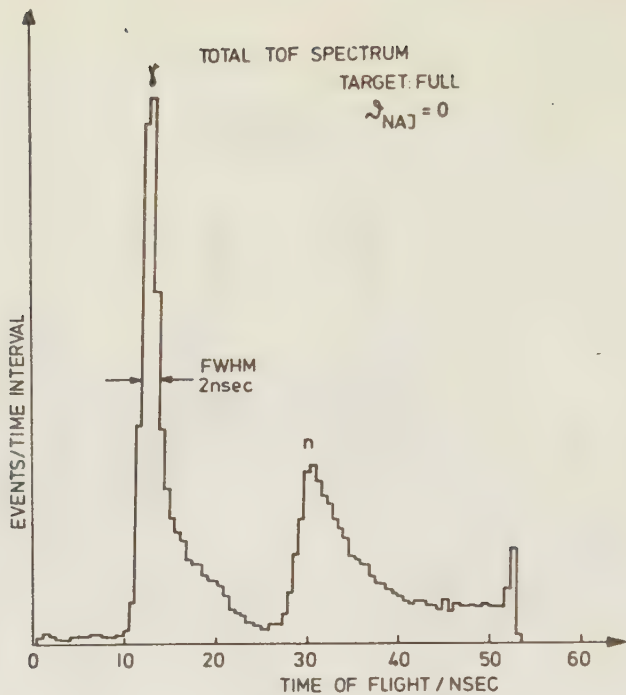


Fig.8a

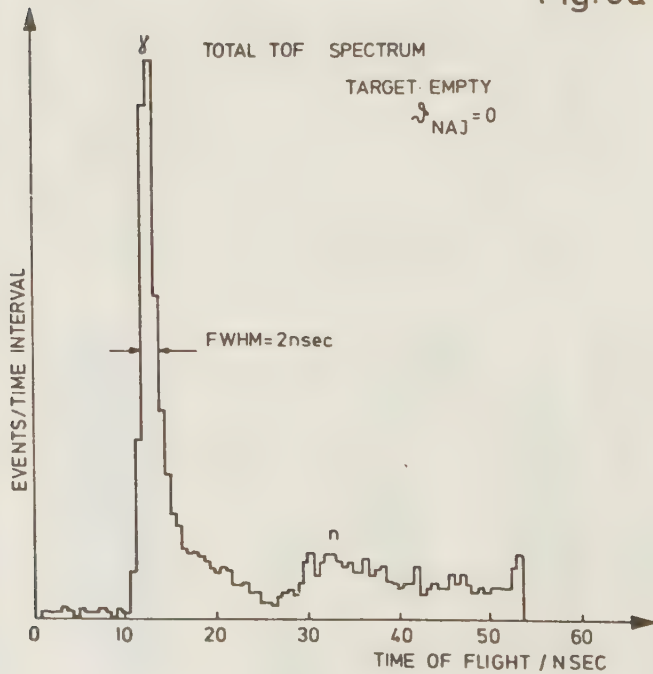


Fig.8b

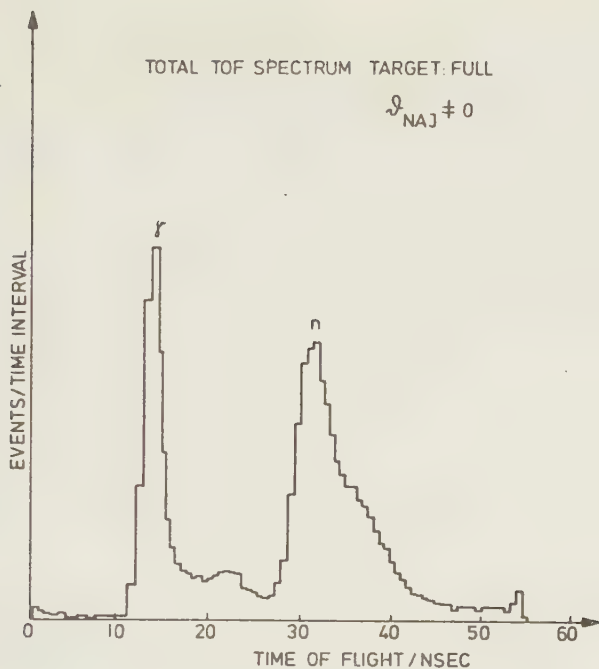


Fig.9a

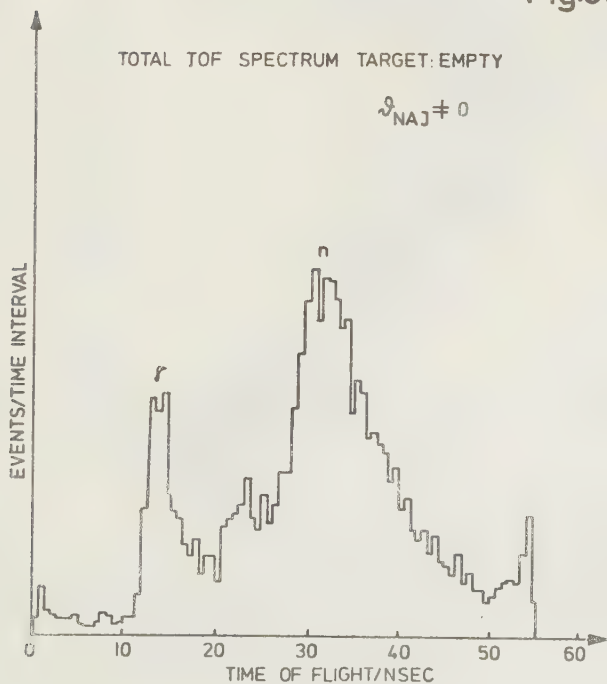


Fig.9b

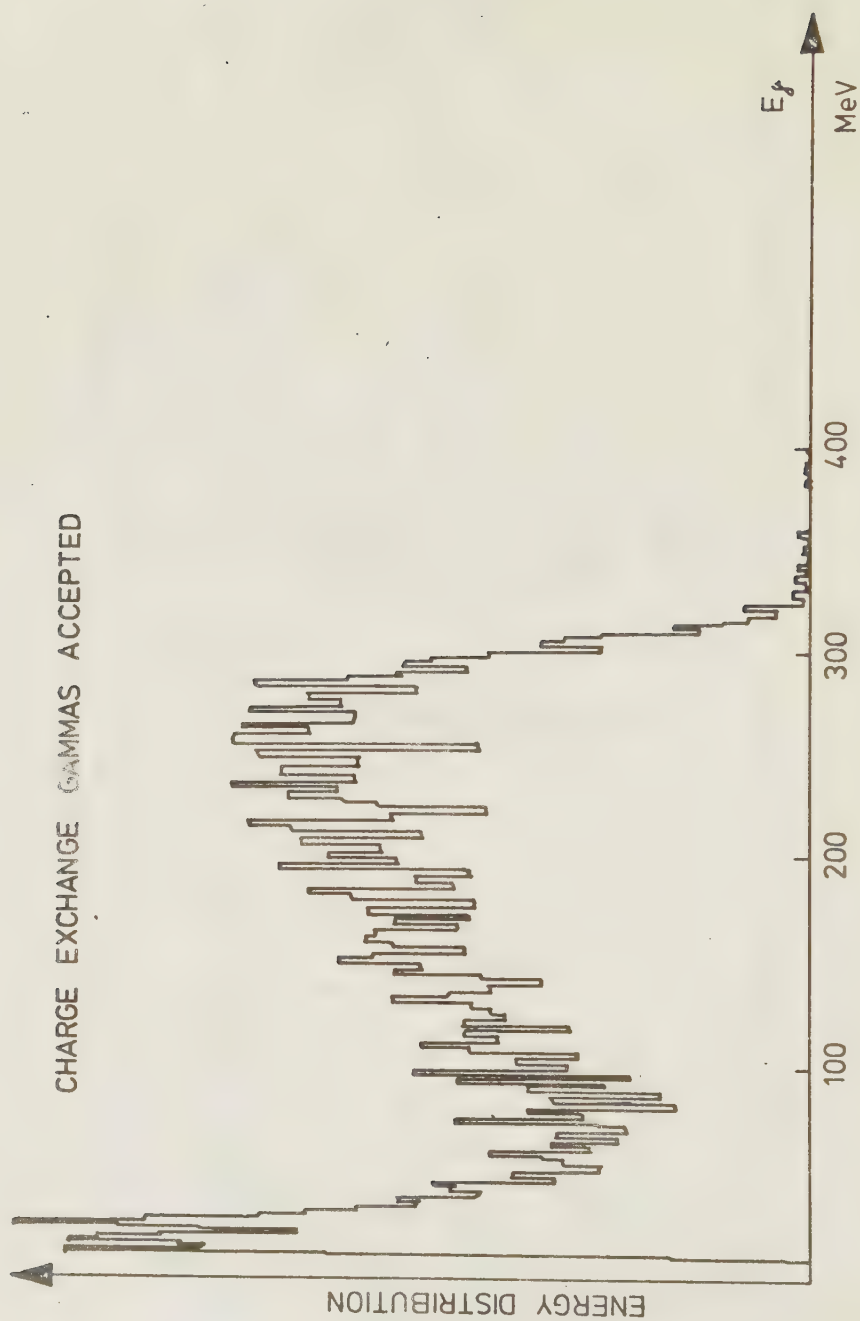


Fig. 10a

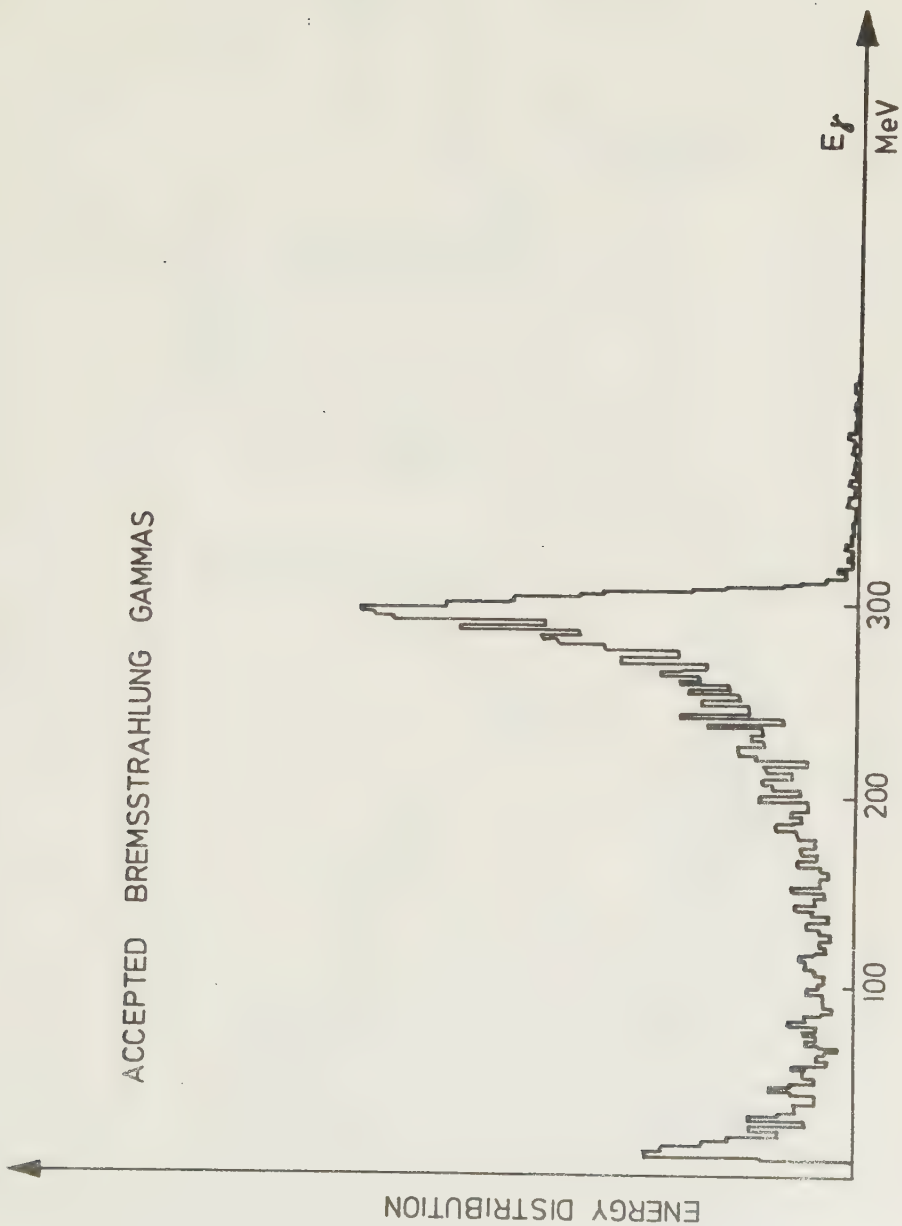


Fig. 10b

MESSUNG der STRAHZUSAMMENSETZUNG

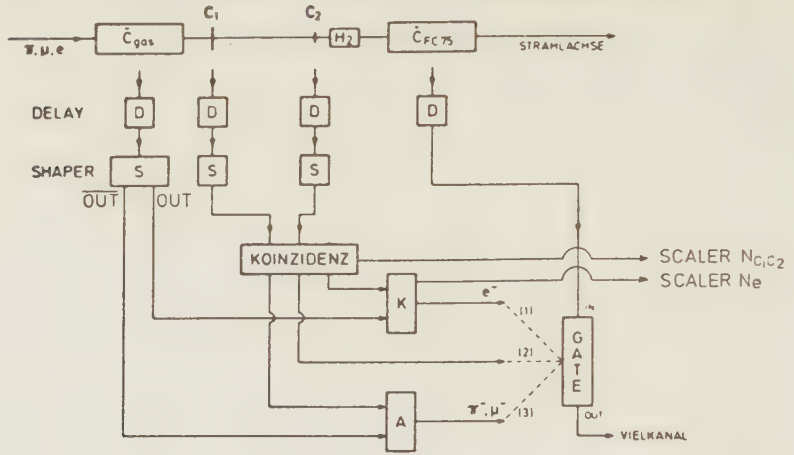


Fig.11

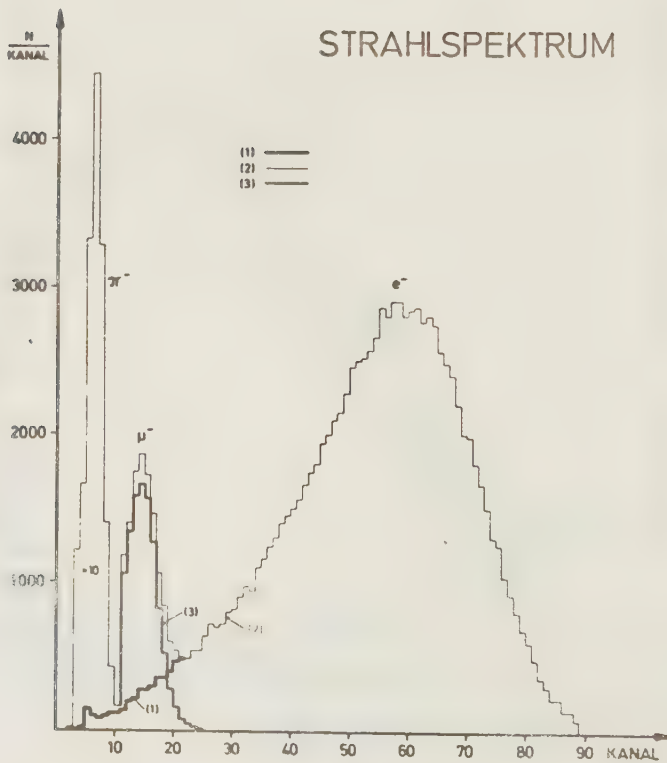


Fig.12

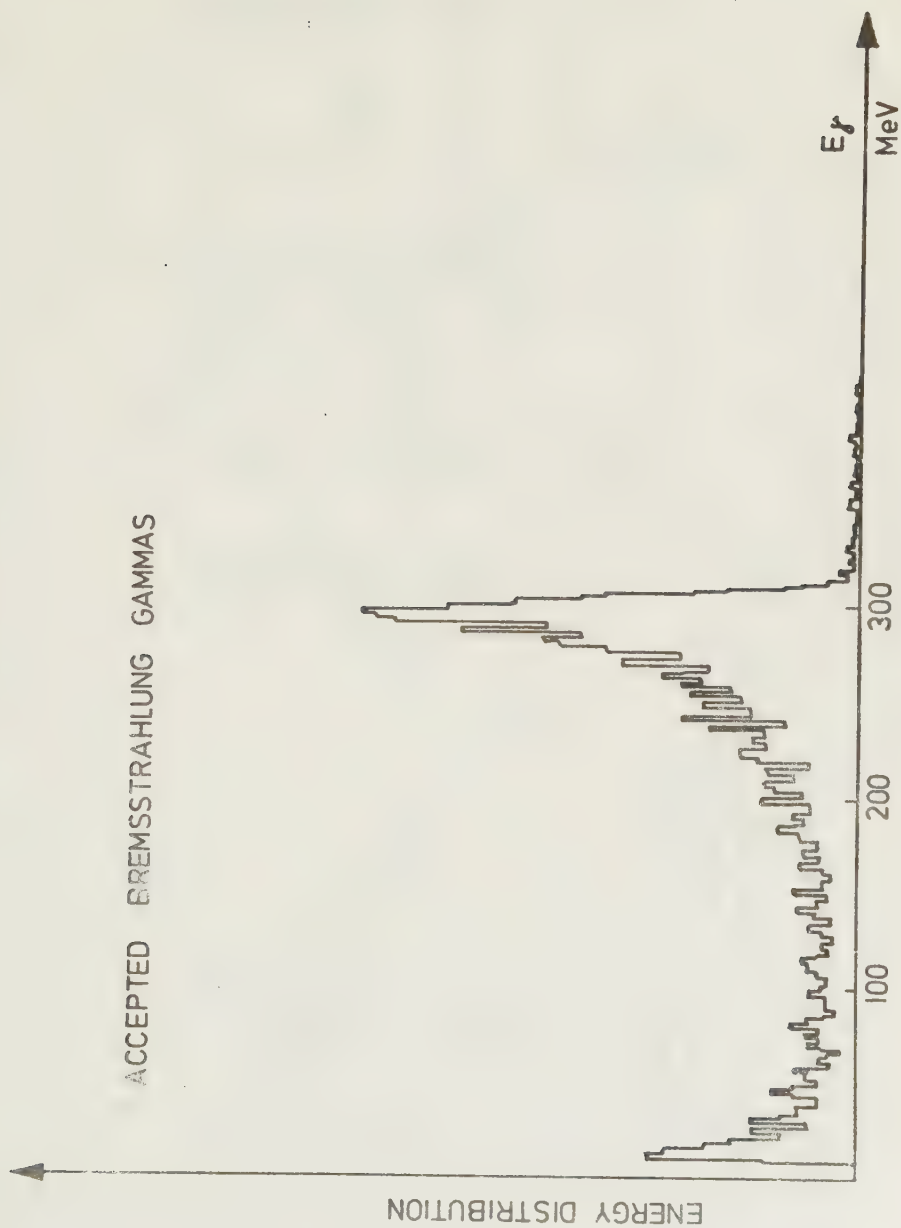


Fig. 10b

MESSUNG der STRAHLEZUSAMMENSETZUNG

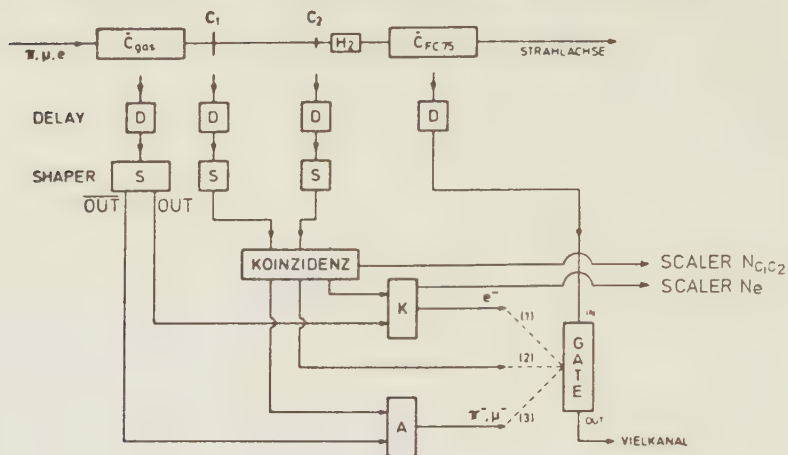


Fig.11

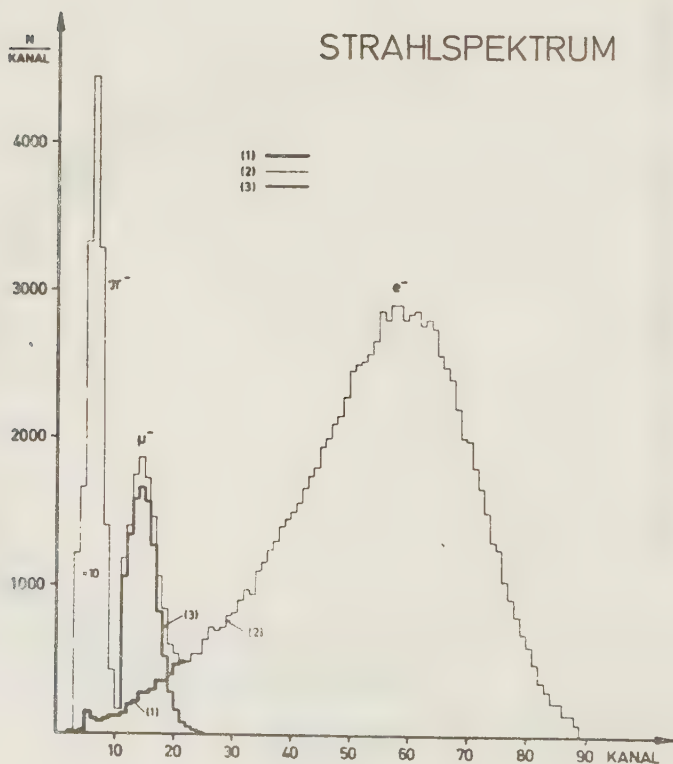


Fig.12

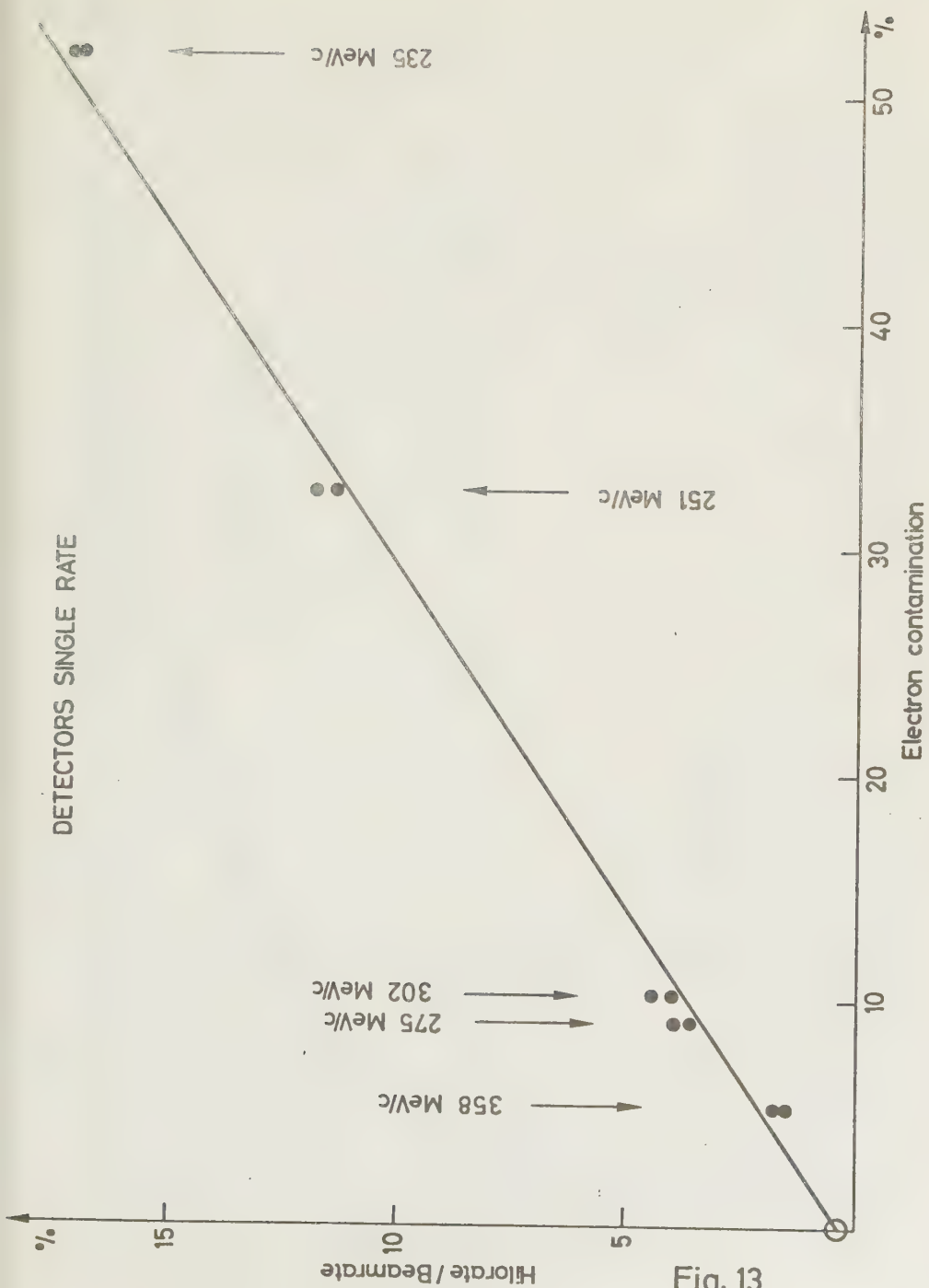




Fig.14

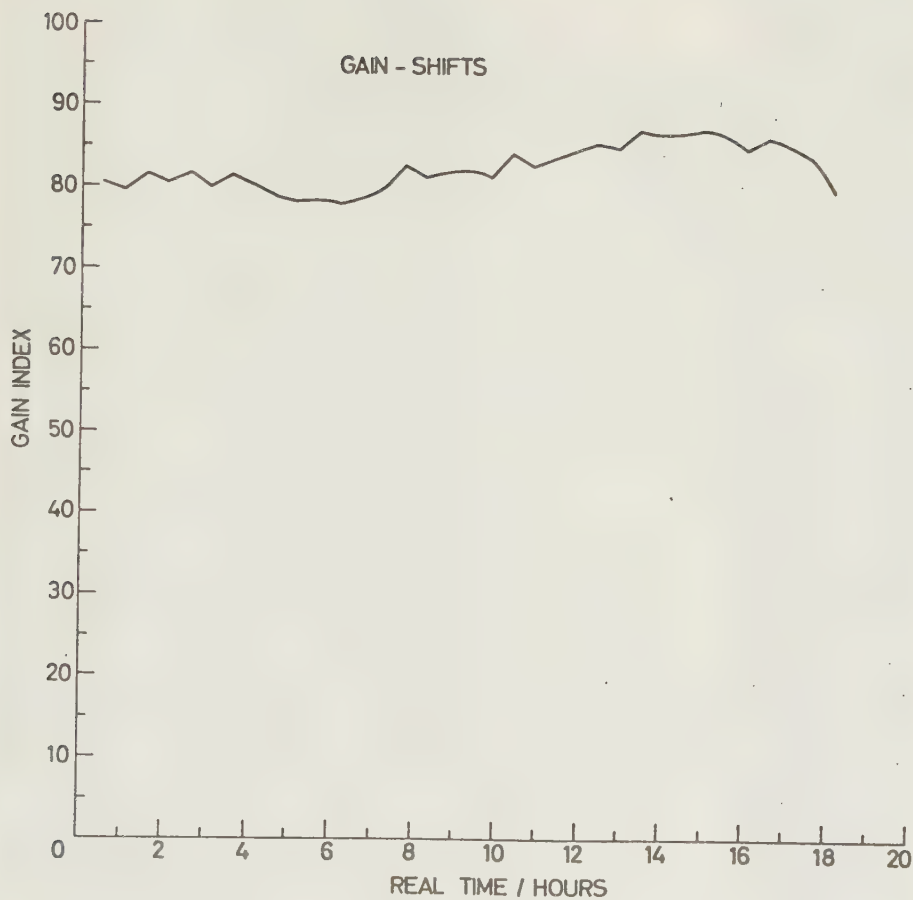


Fig. 15

CHARGE EXCHANGE MOUNTAIN FOR FULL TARGET

ORIGIN IS 1.0000 1.0000 -.6981
 XSTEP = 1.0000 YSTEP = 1.0000
 ZSTEP = 0.0000
 VELOCITY = 703.5119
 MASS = 1.0000
 CHARGE = 1.0000
 ENERGY = 300.0 MEV/C

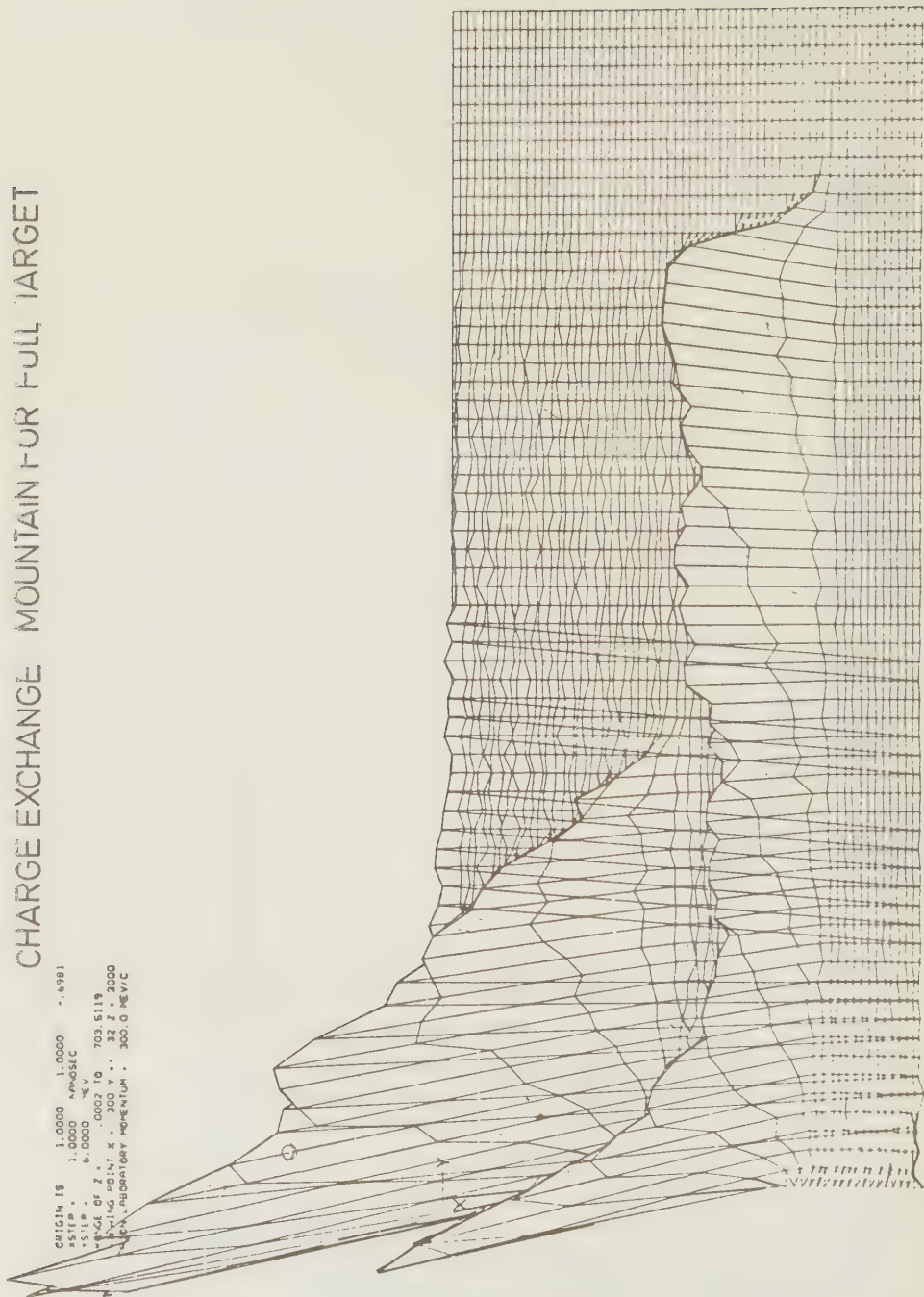


Fig. 16a

ORIGIN IS 1.0000 1.0000 0.0000
 XSTEP = 1.0000 NEWASC
 YSTEP = 6.0000 MEV
 RANGE OF Z = -.0597 TO 1631.5097
 VIEWING POINT X = 300 Y = 32 Z = 3000
 PLOT LABORATORY MOMENTUM = 300.0 MEV/C

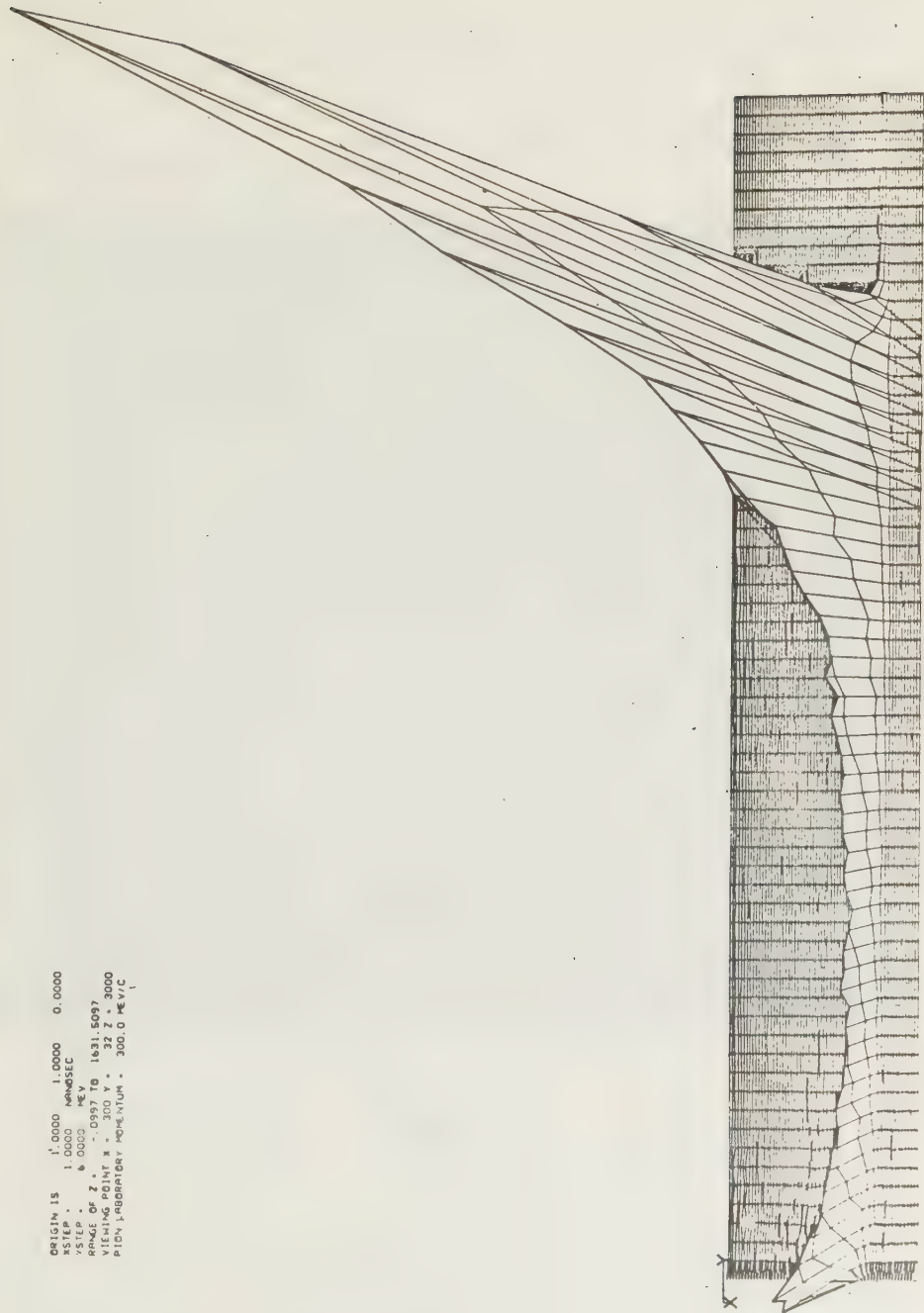


Fig. 16b

CHARGE EXCHANGE

EMPTY

TARGET

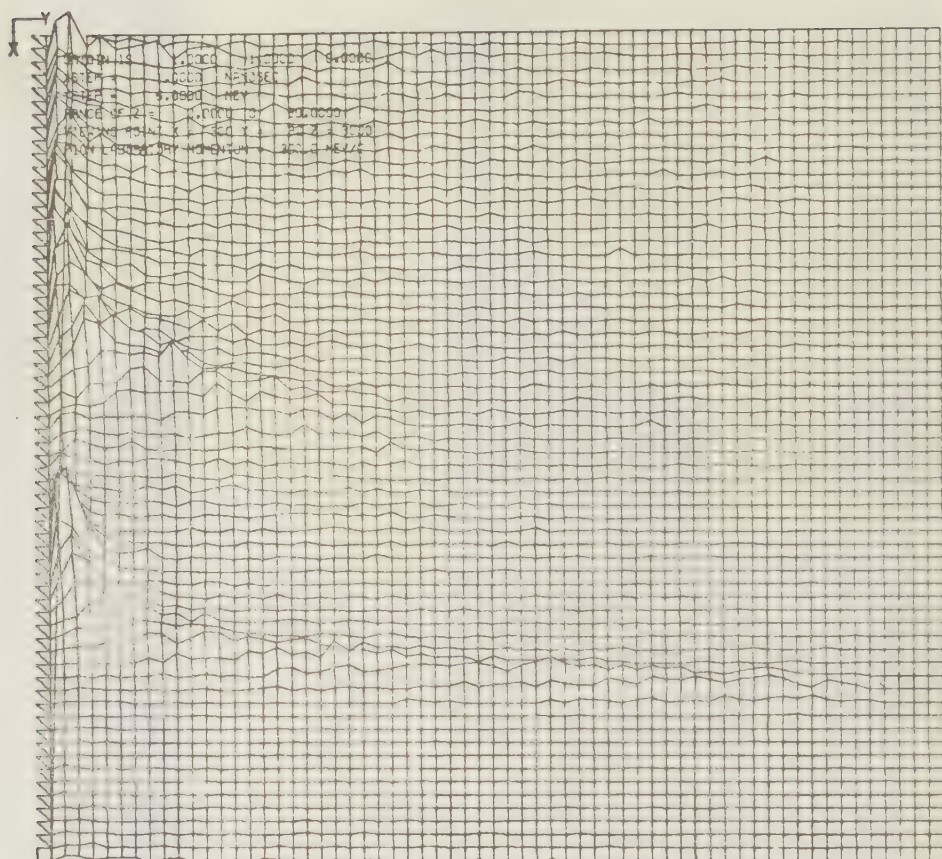


Fig.16c

BREMSSTRAHLUNG MOUNTAIN FOR EMPTY TARGET

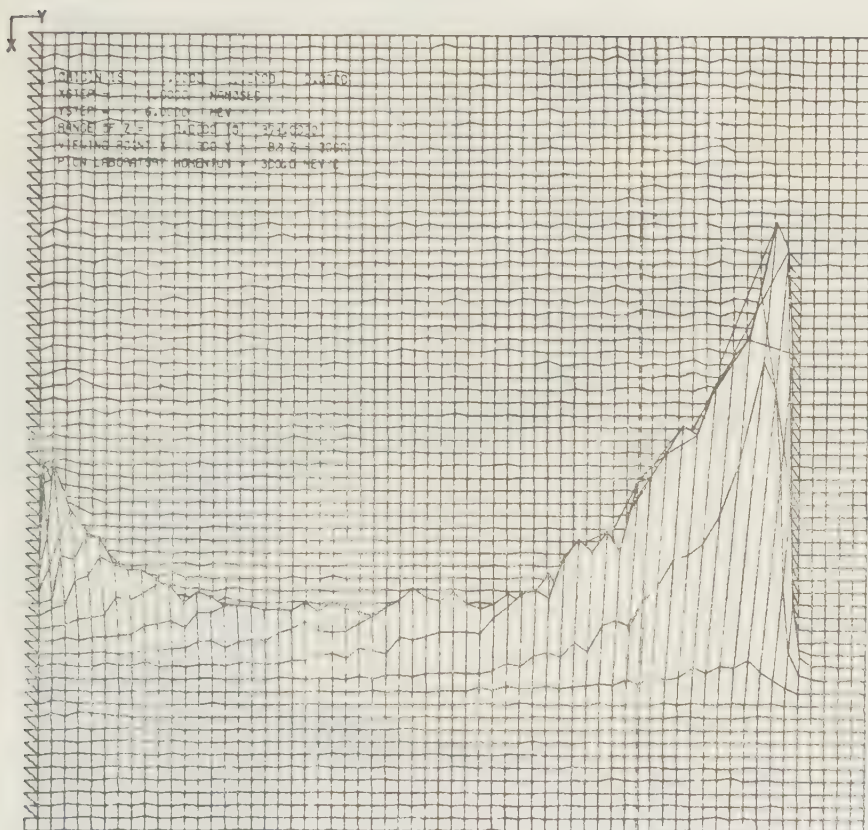


Fig. 16d

CHARGE EXCHANGE MOUNTAIN FOR FULL
TARGET

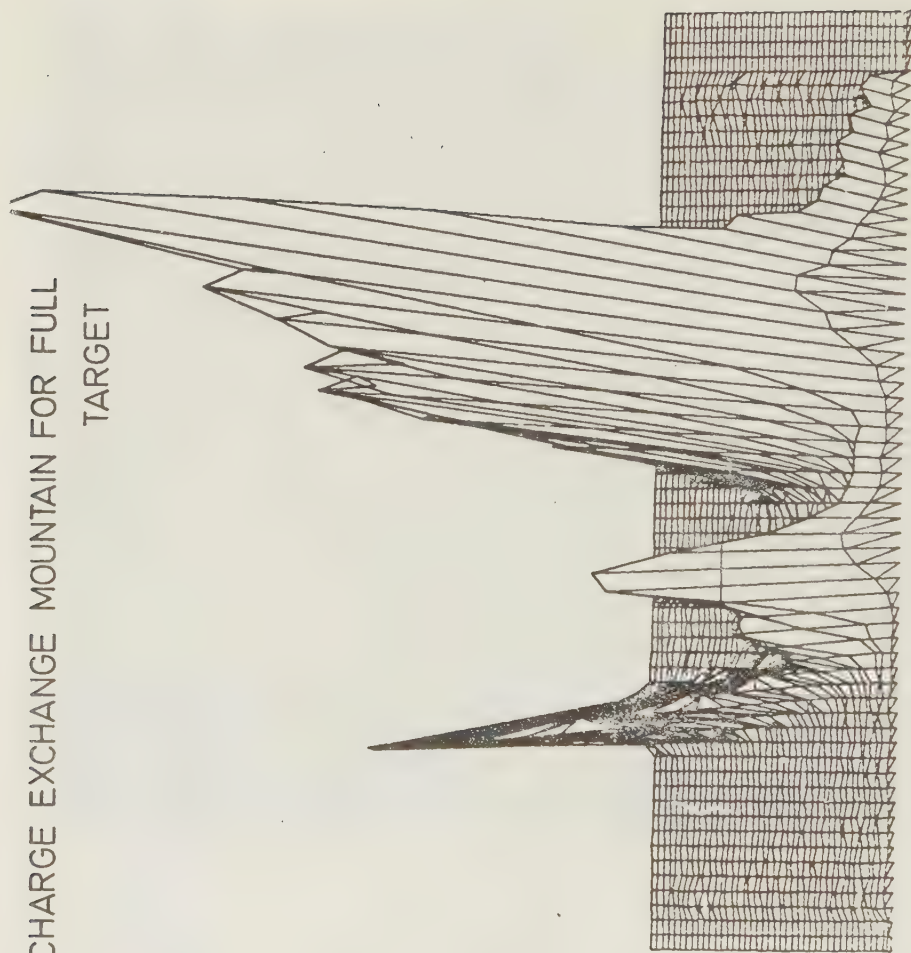


Fig. 16e

ANPASSUNG DES BERECHNETEN LADUNGS- TAUSCH GAMMASPEKTRUM AN DAS GEMESSENE

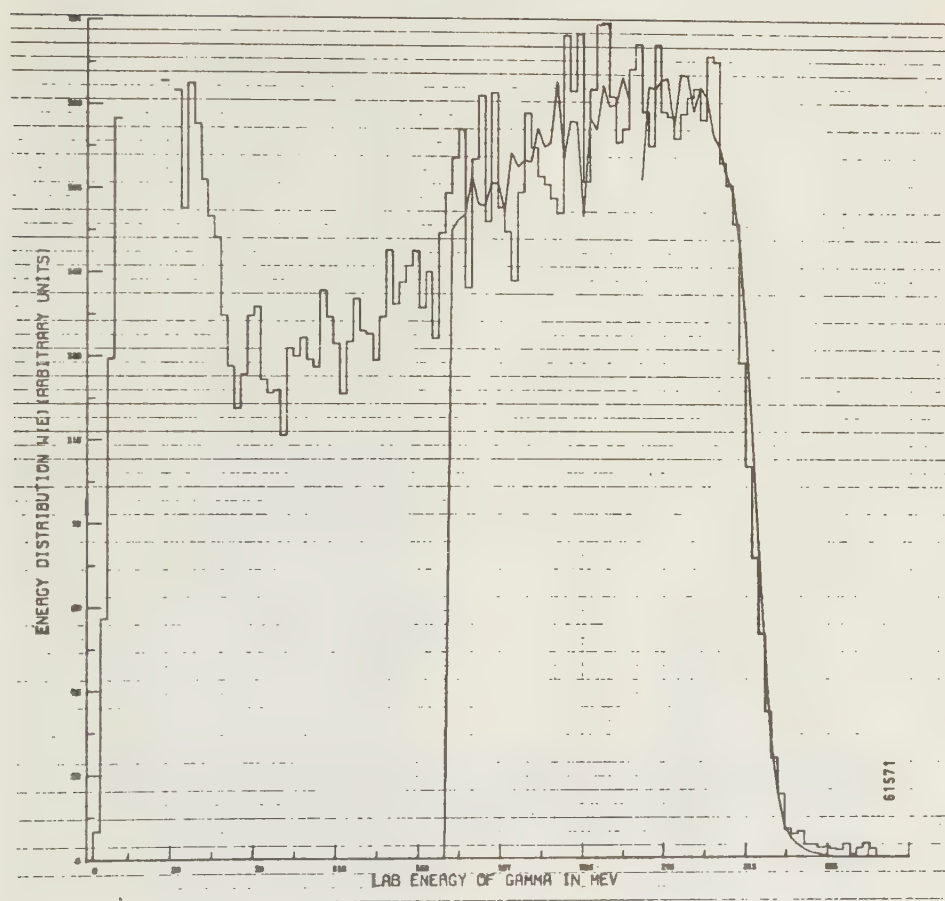


Fig.17

ORIGIN IS 1 0000 1 0000 0 0000
 STEP 1 0000 4-0-0-0
 SCALE 1 0000 0 0000
 AREA OF 1 0000 1 0000 0 0000
 PLANTING POINTS - 300 1 0000 22 1 0000
 PLANTING POINTS - 300 1 0000 22 1 0000

```

ORIGIN IS      1 0000 1.0000 0 0000
STEP          1.0000 1.0000
STEP          6 0000 1.0000
ORIGIN OF /    0 0000 1.0000 0200
VIRING POINT = 300 V 32 2 3000
DOWN LABORTORY 1.0000 300 0 1.0000

```

卷一

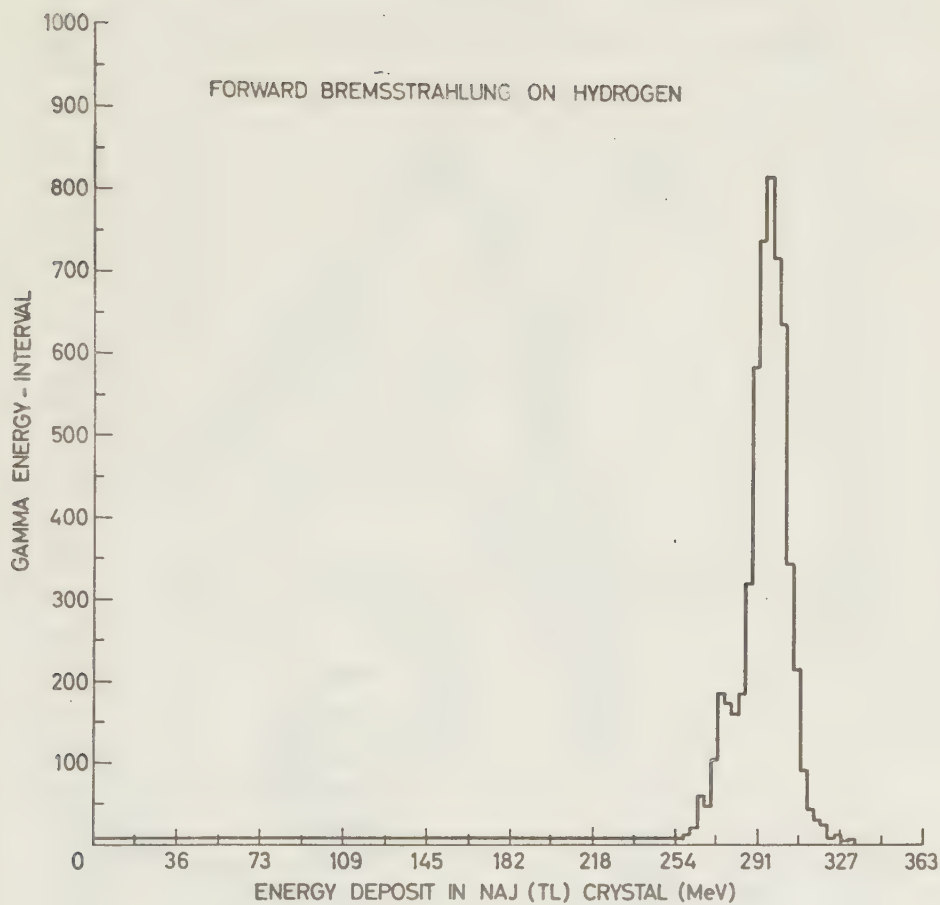


Fig. 18 b

CHARGE EXCHANGE FORWARD SCATTERING

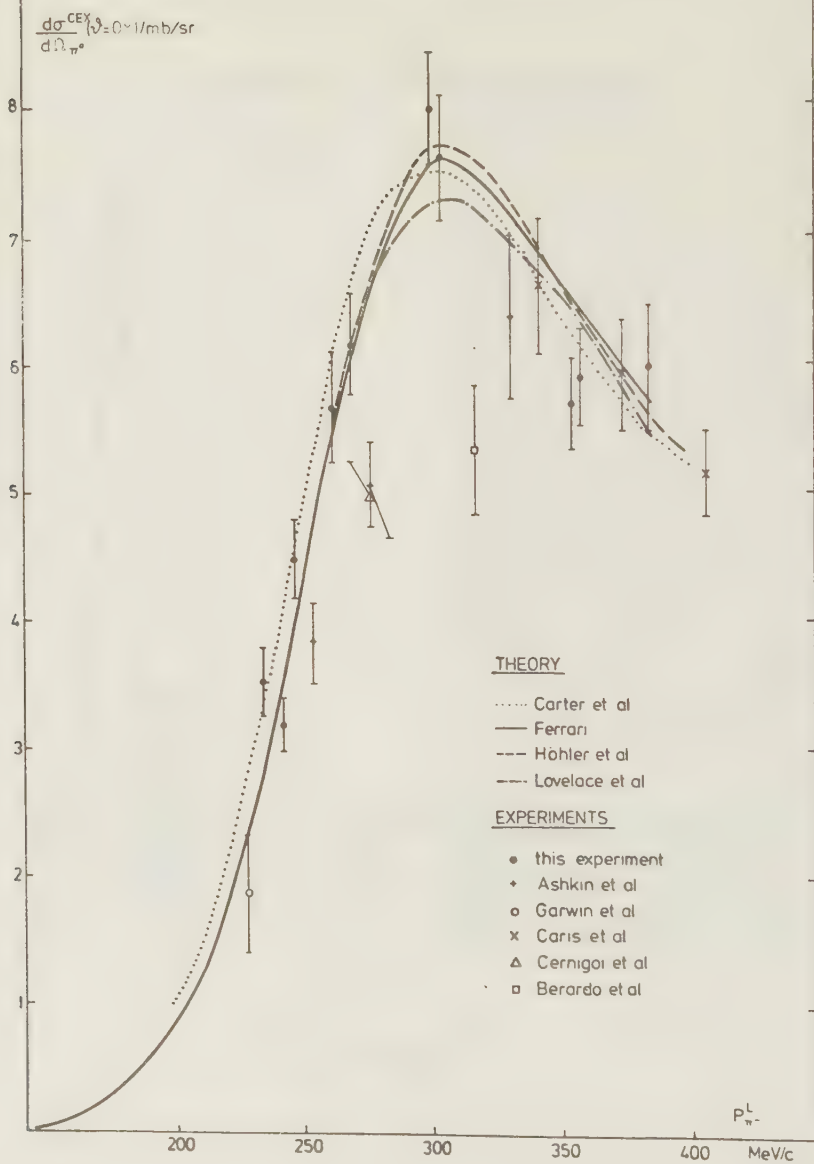


Fig.19

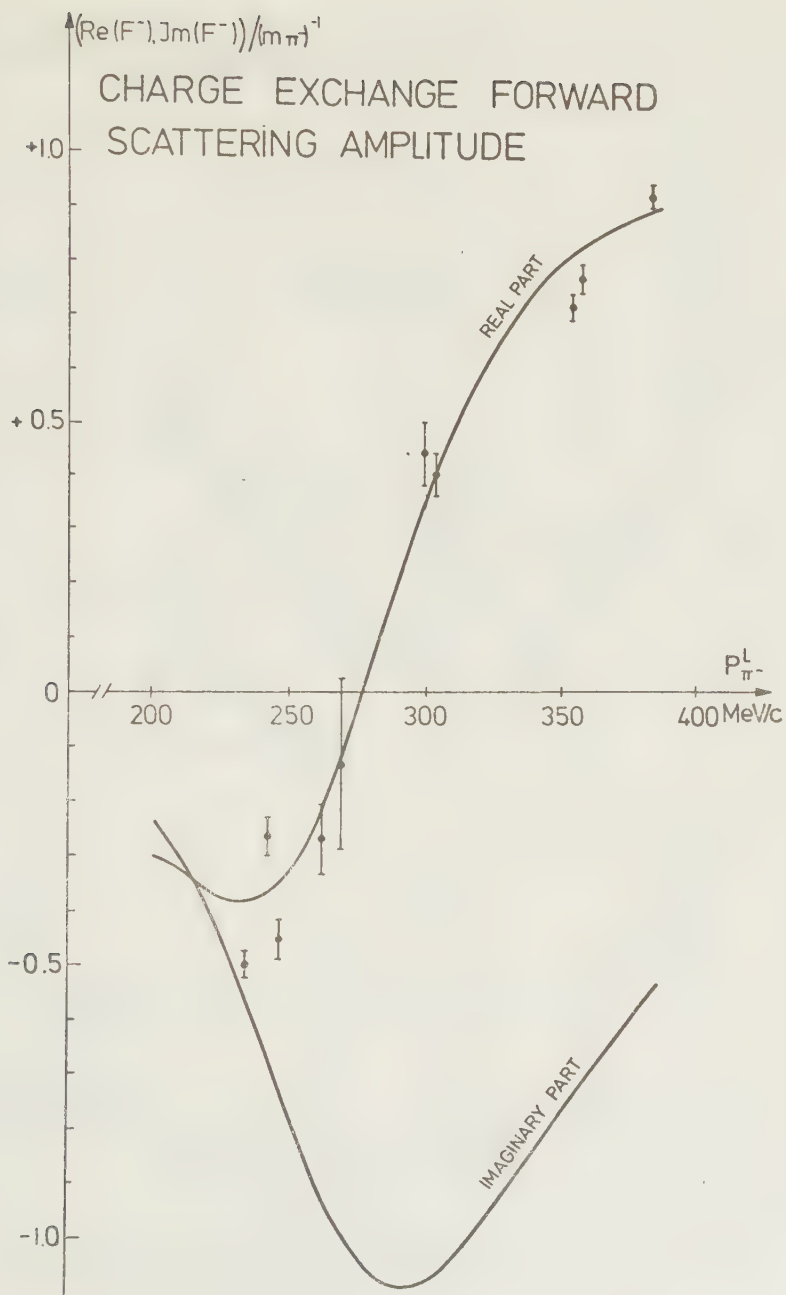


Fig.20

ARGAND-DIAGRAM OF THE CHARGE EXCHANGE FORWARD SCATTERING AMPLITUDE

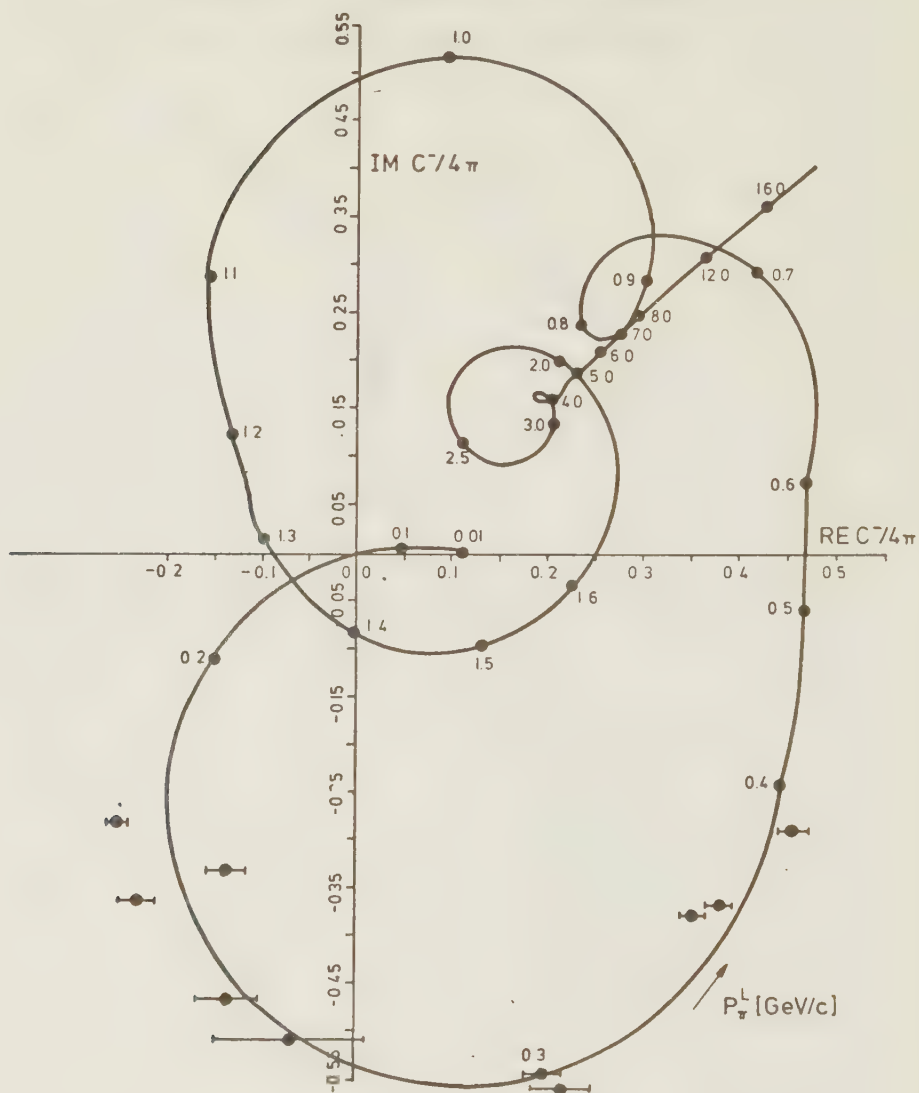


Fig. 21

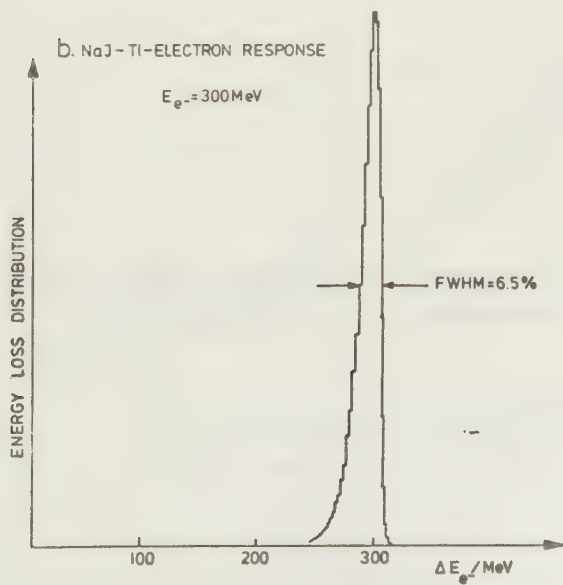
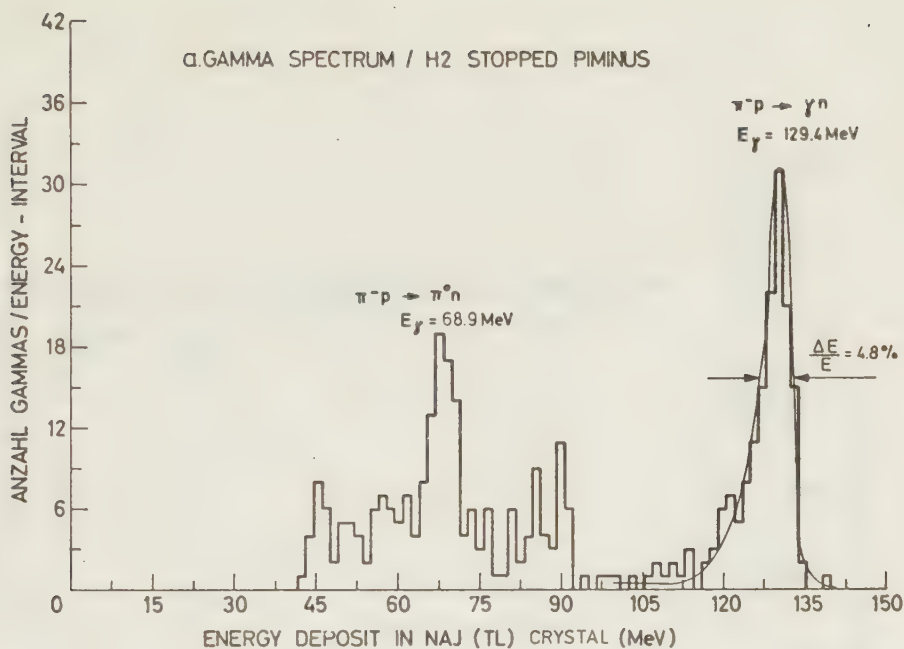


Fig.22

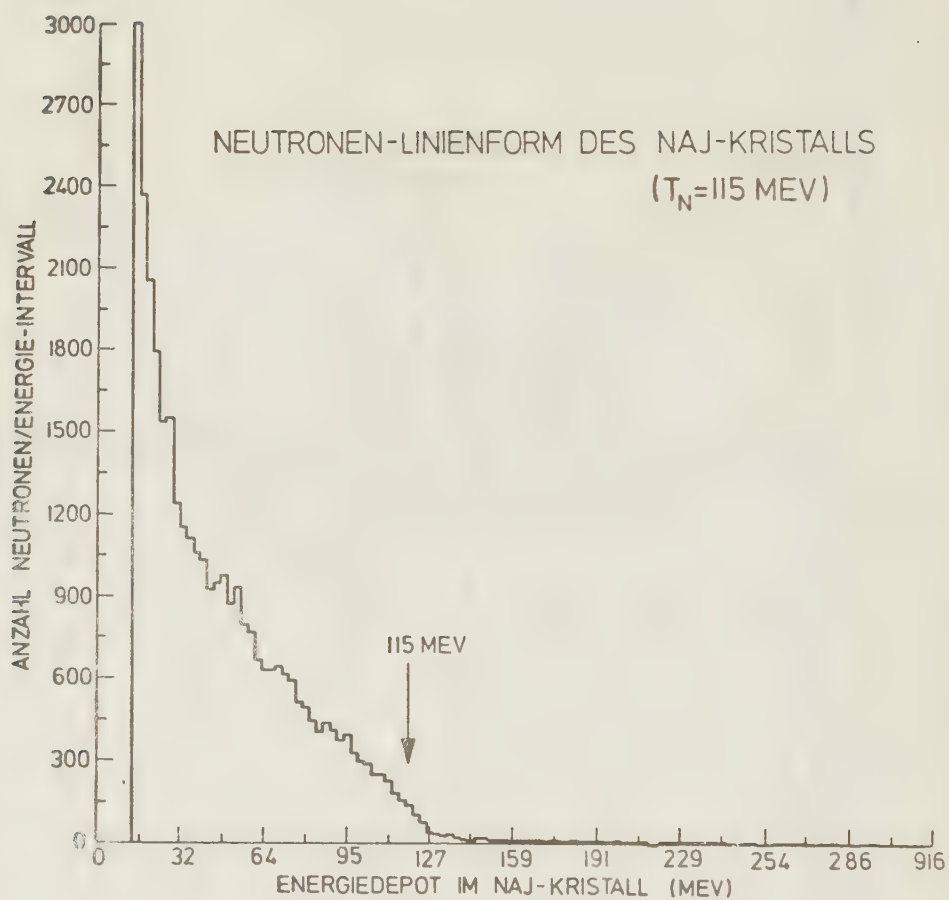


Fig. 22c

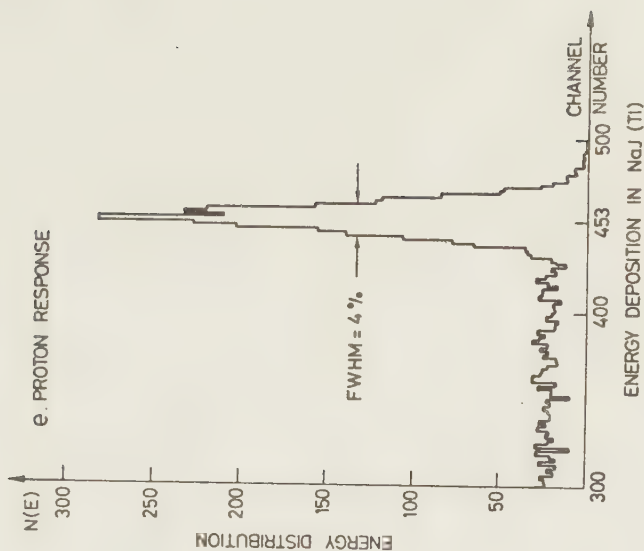
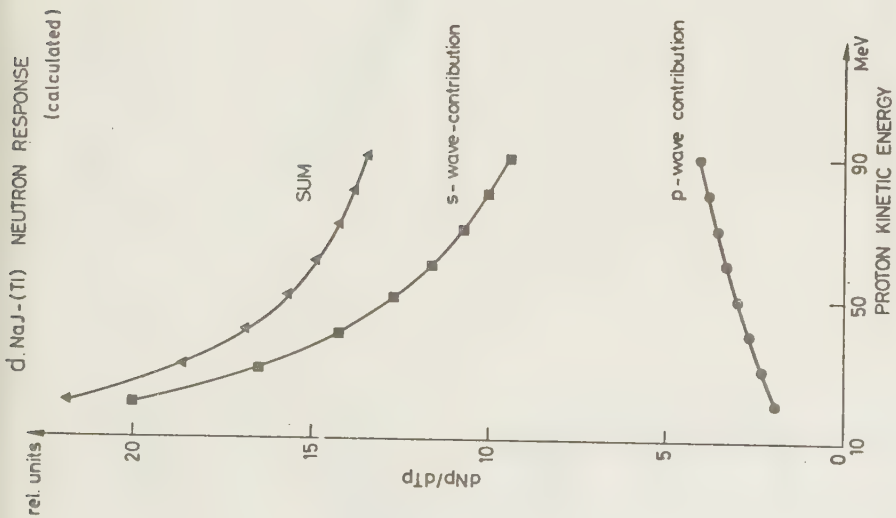


Fig. 22

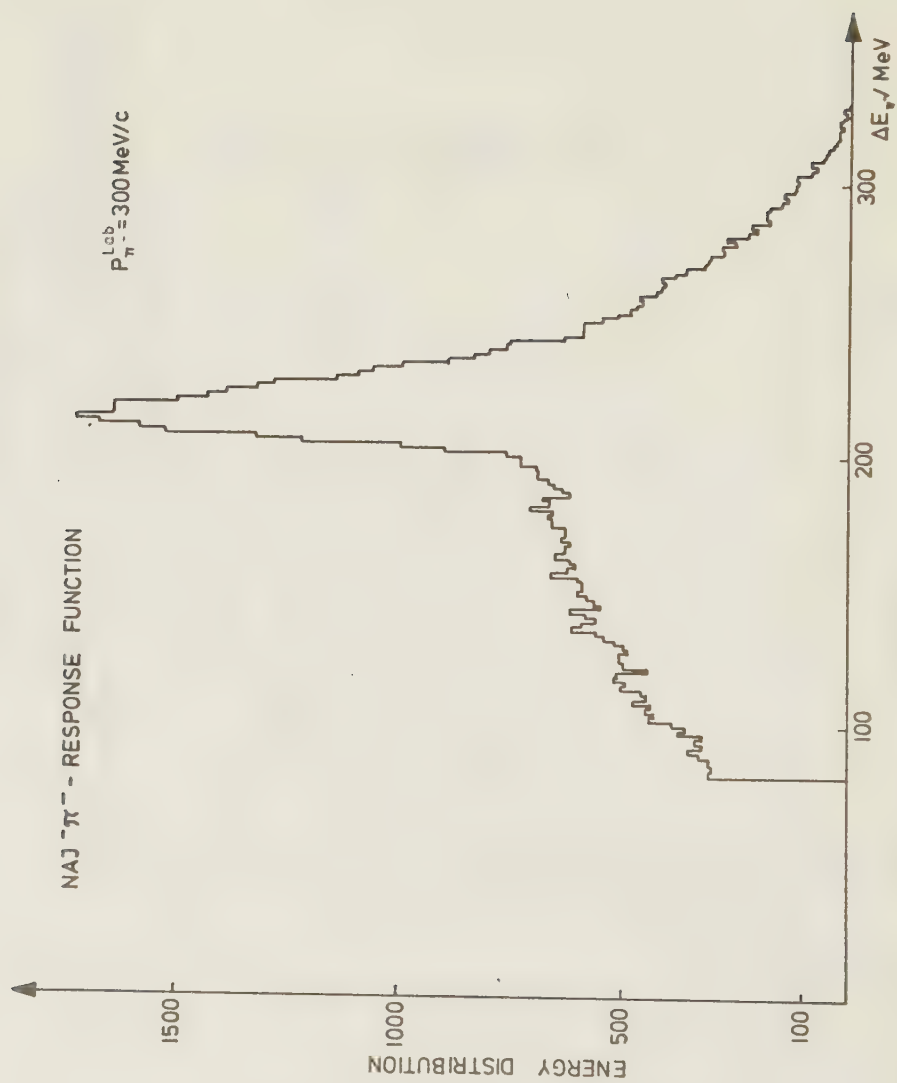


Fig.22 f

Herrn Prof. Dr. C. Zupančič, der mir die Teilnahme an dem bei CERN in Genf durchgeführten Experiment ermöglichte, danke ich aufrichtig für sein Interesse am Fortgang dieser Arbeit und für wertvolle Anregungen.

Für zahlreiche Diskussionen bin ich allen Mitgliedern der Lausanne-München-Zürich - Kollaboration

Le Lan Huong
G. Joseph
Tran M. Tam
B. Vaucher
W. Winkelmann
H. Hilscher
W. O'Connell
H. Schmitt
C. Zupancic
P. Truöl

verpflichtet.

Die MSC-Operateure des CERN, die mechanischen und elektronischen Werkstätten in Lausanne und München sind in diesen Dank eingeschlossen. Die äussere Form der Arbeit hat durch den tatkräftigen und geduldigen Einsatz von Frau M. Heinisch, Fräulein M. Reiter, Fräulein H. Walter und Herrn Schumann wesentlich dazugewonnen.

Lebenslauf

Am 29.5.44 wurde ich in Mosbach/Baden als Kind des kaufmännischen Angestellten Rudolf Bayer und seiner Ehefrau Hildegard, geb. König geboren.

Von 1950 bis 1954 besuchte ich die Grundschule in Mannheim, danach das Lessing-Gymnasium, ebenfalls in Mannheim, an welchem ich 1963 die Reifeprüfung ablegte.

In der unmittelbaren Folge studierte ich an der Universität Heidelberg fünf Semester Physik, Mathematik und Chemie. Nach dem Vordiplom wechselte ich 1966 zur Universität München. Dort bestand ich 1970 im Anschluss an eine Diplomarbeit in der Abteilung Kernphysik die Diplom-Hauptprüfung in Physik.

Seit September 1970 bin ich als wissenschaftlicher Angestellter für die Universität München tätig. In dieser Eigenschaft war ich drei Jahre zum Europäischen Kernforschungszentrum (CERN) nach Genf abgeordnet. Meine Aufgabe bestand in der Durchführung von Zählerexperimenten im Bereich der Elementarteilchenphysik.

Im April 1971 heiratete ich die Diplom-Volkswirtin Barbara Kaufmann.

